

**Aufgabe 5.** Löse Aufgabe 4 noch einmal mit dem Rechenschema aus der Vorlesung (Nr. (A.3.7) im Skriptum), und berechne außerdem

$$\text{ggT}(89, 55) \quad \text{ggT}(2021, 301)$$

**Aufgabe 6.** Seien  $m$  und  $n$  ganze Zahlen, sodass  $\text{ggT}(m, n) = 1$ . Zeige, dass  $\text{ggT}(m+n, m-n) = 1$  oder  $2$ .

**Aufgabe 7.** Sei  $F_n$  die Folge der Fibonacci-Zahlen, gegeben durch die Rekursion

$$F_0 = F_1 = 1 \quad F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$$

Zeige, daß  $\text{ggT}(F_n, F_{n+1}) = 1$  für jedes  $n$  (Induktion).

**Zusatzaufgabe.** Bestimme den Kettenbruch der Zahl

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

**Aufgabe 8.** Zeige, daß  $2^n - 1$  keine Primzahl ist, wenn  $n$  keine Primzahl ist.

**Aufgabe 9.** Finde (mit dem Computer<sup>2</sup>) die kleinste Zahl  $n \in \mathbb{N}$ , für die  $n^2 + n + 41$  keine Primzahl ist.

---

<sup>2</sup>Der entsprechende Code/die Vorgangsweise ist zu präsentieren!