

Diskrete Mathematik für Informatikstudien Sommersemester 2022

1. Übungsblatt (8.3.2022)

Beispiel 1.1. Zu den Aussagen A, B betrachten wir die verknüpften Aussagen (Formeln)

$$\begin{array}{lll} X_1 = A \rightarrow B & Y_1 = \neg B \rightarrow \neg A & Z_1 = \neg A \vee B \\ X_2 = B \rightarrow A & Y_2 = X_1 \wedge X_2 & Z_2 = A \leftrightarrow B \end{array}$$

Erstellen Sie eine Wahrheitstafel für die Formeln $X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2$ und lesen Sie daraus ab, welche der Formeln zueinander logisch äquivalent sind.

Beispiel 1.2. Gegeben sind die beiden Mengen

$$A = \{1, 2, 3, \{4\}\} \quad \text{und} \quad B = \{\{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}\}.$$

Welche der Aussagen

$$\begin{array}{ll} \forall a \in A \exists b \in B: a \in b, & \exists b \in B \forall a \in A: a \in b, \\ \forall b \in B \exists a \in A: a \in b, & \exists a \in A \forall b \in B: a \in b \end{array}$$

sind wahr und welche sind falsch? Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.

Beispiel 1.3. Wir betrachten die Mengen

$$\begin{array}{l} M_2 = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ ist durch } 2 \text{ teilbar}\}, \\ M_3 = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ ist durch } 3 \text{ teilbar}\}, \\ M_6 = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ ist durch } 6 \text{ teilbar}\}. \end{array}$$

Stellen Sie die Mengen $M_2 \cap M_3$, $M_2 \cap M_6$, $M_3 \cap M_6$, $M_2 \cup M_3$, $M_2 \cup M_6$ und $M_3 \cup M_6$ jeweils in der Schreibweise $\{x \in \mathbb{Z} \mid \dots\}$ dar und vereinfachen Sie die Schreibweise so weit wie möglich.

Beispiel 1.4. Zeigen Sie durch vollständige Induktion: Für jedes $n \in \mathbb{N}$ hat die Summe

$$\sum_{k=1}^n (2k - 1)$$
 der ersten n ungeraden Zahlen den Wert

$$\sum_{k=1}^n (2k - 1) = n^2.$$

Beispiel 1.5. Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass für jedes $n \in \mathbb{N}$ die Zahl

$$8^{n+1} + 4 \cdot 3^{3n-2}$$

durch 19 teilbar ist.