

Diskrete Mathematik für Informatikstudien

Sommersemester 2022

14. Übungsblatt (28.6.2022)

Die Beispiele auf diesem Blatt sind von dem Typ, wie sie als Aufgaben im Test vorkommen können. Versuchen Sie, die Aufgaben nach Möglichkeit ohne Verwendung eines Taschenrechners zu lösen.

Beispiel 14.1. Untersuchen Sie auf der Menge $X = \mathbb{R}^2 = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ die Relation

$$(a, b)R(c, d) \quad \text{genau dann, wenn} \quad 3a - 3c = 2b - 2d$$

auf Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie und Transitivität.

Beispiel 14.2. Berechnen Sie Zahlen $a, b \in \{0, 1, \dots, 24\}$ mit

$$505006^{2022} \equiv a \pmod{25} \quad \text{und} \quad 2022^{505006} \equiv b \pmod{25}.$$

Beispiel 14.3. Ermitteln Sie die 3-KNF und die 3-DNF der aussagenlogischen Formel

$$\neg A \vee \neg((B \rightarrow A) \wedge C)$$

mit Hilfe einer Wahrheitstafel. Verwenden Sie dabei für jeden Junktorsymbol der Formel eine eigene Spalte.

Beispiel 14.4. Bestimmen Sie mit Hilfe erzeugender Funktionen einen expliziten Ausdruck für die Folgenglieder a_n der Folge

$$a_0 = 5 \quad \text{und} \quad a_n - 3a_{n-1} = 4 \cdot (-1)^n \quad \text{für } n \geq 1.$$

Beispiel 14.5. Gegeben ist der (ungerichtete) Graph G mit Knotenmenge $V = \{1, 2, \dots, 10\}$ und Kantenmenge

$$E = \{\{1, 5\}, \{1, 9\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{2, 7\}, \{3, 7\}, \{4, 5\}, \\ \{4, 10\}, \{5, 6\}, \{5, 8\}, \{6, 9\}, \{7, 9\}, \{7, 10\}, \{8, 9\}\}$$

- Zeigen Sie, dass G bipartit ist, indem Sie V in zwei Mengen A, B aufteilen, sodass alle Kanten von der Form $\{a, b\}$ mit $a \in A$ und $b \in B$ sind.
- Geben Sie ein größtmögliches Matching M in G an und begründen Sie, warum es kein Matching mit mehr Kanten gibt.
- Weisen Sie nach, dass G planar ist, indem Sie eine geeignete Zeichnung in der Ebene angeben.