

Aufgabe 5. Finde mithilfe des euklidischen Algorithmus für die folgenden Zahlenpaare (m, n) den größten gemeinsamen Teiler d und Zahlen a und b , sodaß $am + bn = d$.

(a) $(231, 142)$

(b) $(228, 141)$

(c) $(89, 55)$

(d) $(2023, 314)$

Aufgabe 6. Sei F_n die Folge der Fibonacci-Zahlen, gegeben durch die Rekursion

$$F_0 = F_1 = 1 \quad F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$$

Zeige, daß $\text{ggT}(F_n, F_{n+1}) = 1$ für jedes n (Induktion).

Aufgabe 7. Zeige, daß $2^n - 1$ keine Primzahl ist, wenn n keine Primzahl ist.

Aufgabe 8. Zeige: Wenn $k \geq 6$ und sowohl $k - 1$ als auch $k + 1$ Primzahlen sind, dann ist k durch 6 teilbar.

Aufgabe 9. Finde (mit dem Computer²) die kleinste Zahl $n \in \mathbb{N}$, für die $n^2 + n + 41$ keine Primzahl ist.

²Der entsprechende Code/die Vorgangsweise ist zu präsentieren!