

Untersuche in den folgenden Aufgaben, welche der angegebenen Relationen die Eigenschaften Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie, Transitivität, Äquivalenzrelation oder Halbordnungsrelation erfüllen und bestimme ggf. die Äquivalenzklassen.

Aufgabe 10.

- (a) $X = \mathbb{N}$ Relation $mRn \iff 2 \mid m \cdot n$
 (b) $X = \mathbb{Z}$, $xRy \iff x \cdot y > 0$.
 (c) X eine beliebige Menge, Relation $xRy \iff x \neq y$.

Aufgabe 11. $X = \{a, b, c, d\}$, R entsprechend der folgenden Tabelle:

	a	b	c	d
a	×			
b	×	×	×	×
c	×		×	×
d				×

Aufgabe 12. Sei $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Bilde die kleinste Äquivalenzrelation auf A , die die Elemente $(1, 3)$, $(6, 3)$ und $(4, 5)$ enthält. Bestimme die Äquivalenzklassen und ein Repräsentantensystem.

Aufgabe 13. Sei X eine Menge und R eine Relation auf X . Die *inverse Relation* R^{-1} ist definiert durch

$$xR^{-1}y \iff yRx.$$

Die *Verknüpfung* zweier Relationen $S = R_1 \cdot R_2$ ist definiert durch

$$xSy \iff \exists z : xR_1z \wedge zR_2y$$

Sei X eine Menge von Personen und R die Relation

$$xRy \iff x \text{ ist ein Kind von } y$$

Welche Relationen stellen die Verknüpfungen $R \cdot R$, $R^{-1} \cdot R$ und $R \cdot R^{-1}$ dar?

Aufgabe 14. Zeige die *Elferprobe*: Eine Zahl $n \in \mathbb{Z}$ ist genau dann durch 11 teilbar, wenn die alternierende Quersumme durch 11 teilbar ist, d.h., mit der Ziffernentwicklung

$$n = \sum a_i 10^i$$

ist n durch 11 teilbar genau dann, wenn

$$\sum a_i (-1)^i$$

durch 11 teilbar ist.