

Aufgabe 15. Es gibt zwei Standards der *Internationalen Standardbuchnummer*.

- (1) Die alte ISBN-10 hat 10 Ziffern, $x_1x_2x_3\cdots x_{10}$, mit $x_1, x_2, \dots, x_9 \in \{0, 1, \dots, 9\}$ und $x_{10} \in \{0, 1, \dots, 9\} \cup \{X\}$, wobei das Symbol X für den Wert 10 steht und die letzte Ziffer x_{10} eine Prüfziffer ist, sodaß

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \cdots + 9x_9 + 10x_{10} \equiv 0 \pmod{11}$$

- (2) Die neue ISBN-13 hat 13 Ziffern, $z_1z_2z_3\cdots z_{13}$, wobei $z_i \in \{0, 1, \dots, 9\}$ und der Präfix $z_1z_2z_3$ entweder 978 oder 979 ist und die letzte Ziffer z_{13} eine Prüfziffer ist, sodaß

$$z_1 + 3z_2 + z_3 + 3z_4 + \cdots + z_{11} + 3z_{12} + z_{13} \equiv 0 \pmod{10}.$$

- (a) Berechne die Prüfziffern der folgenden unvollständigen ISBN

310403060

978-0-676-97800

- (b) Erkläre, warum auch die Regel

$$10x_1 + 9x_2 + 8x_3 + \cdots + 2x_9 + x_{10} \equiv 0 \pmod{11}$$

für die Überprüfung einer ISBN-10 verwendet werden kann.

- (c) Begründe, daß die Prüfziffer einer ISBN-10 nach einem Eingabefehler (d.h., eine Ziffer falsch oder 2 benachbarte Ziffern vertauscht) nicht mehr korrekt ist.
(d) Gilt das auch für ISBN-13?

Aufgabe 16. Berechne, wenn möglich, $[13]_{91}^{-1}$, $[15]_{91}^{-1}$ und $[16]_{91}^{-1}$.

Aufgabe 17. Für welche $n \in \mathbb{N}$ ist $43 \equiv 1 \pmod{n}$?

Aufgabe 18. Bestimme alle Lösungen $x \in \mathbb{Z}$ der Gleichungen

(a) $15x \equiv 10 \pmod{25}$

(b) $15x \equiv 9 \pmod{25}$

Aufgabe 19. Bestimme alle Lösungen $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ des linearen Gleichungssystems

$$\begin{array}{rcl} 4x + 2y & \equiv & 5 \pmod{m} \\ 3x + 5y & \equiv & 5 \pmod{m} \end{array} \quad \text{für} \quad (a) \ m = 7 \quad (b) \ m = 11$$

Aufgabe 20. Bestimme alle Lösungen der diophantischen Gleichung

$$63x - 12y = 15$$

Aufgabe 21. Löse das Kongruenzgleichungssystem

$$x \equiv 1 \pmod{5}$$

$$x \equiv 2 \pmod{7}$$

$$x \equiv 3 \pmod{8}$$

Aufgabe 22. Löse, wenn möglich, die folgenden Kongruenzgleichungssysteme

$$\begin{array}{ll} x \equiv 2 \pmod{3} & x \equiv 2 \pmod{5} \\ (a) \ x \equiv 3 \pmod{9} & (b) \ x \equiv 3 \pmod{9} \\ x \equiv 1 \pmod{10} & x \equiv 2 \pmod{10} \end{array}$$