

Aufgabe 46. Bestimme die Menge der Folgerungen, die aus der Prämissenmenge

$$P_1 : \iff A \rightarrow (B \rightarrow C)$$

$$P_2 : \iff A \vee ((B \wedge C) \vee (\neg B \wedge \neg C))$$

$$P_3 : \iff B \rightarrow C$$

hergeleitet werden können.

Aufgabe 47. Entscheide mittels Resolutionskalkül/DPLL, ob die folgenden Aussageformen erfüllbar sind und bestimme alle gültigen Belegungen.

(a) $(C \vee \neg D) \wedge (A \vee B) \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C \vee D)$

(b) $(C \rightarrow (A \vee B)) \wedge (C \vee D) \wedge (A \rightarrow D) \wedge (B \rightarrow A) \wedge (\neg B \vee \neg D)$

Aufgabe 48. Zeige mithilfe des DPLL-Algorithmus, daß die Ecken eines Fünfecks nicht mit zwei Farben gefärbt werden können, sodaß benachbarte Ecken jeweils verschiedene Farben bekommen.

Aufgabe 49.

- (a) Auf einem 3×3 -Raster sind Lampen angebracht und sollen so geschaltet werden, daß je nach Zeile oder Spalte die angezeigte Anzahl von Lampen brennt.

?	?	?	2
?	?	?	1
?	?	?	1
1	2	1	

Formuliere diese Bedingungen in KNF mit logischen Variablen $A_{i,j}$, $i, j = 1, 2, 3$.

- (b) Finde mittels Resolution/DPLL alle gültigen Belegungen, für die die Lampe im mittleren Feld brennt, d.h., $\beta(A_{22}) = 1$.

Aufgabe 50. Drücke die folgenden Aussagen über natürliche Zahlen in Prädikatenlogik mit folgender Signatur aus (Grundmenge $X = \mathbb{N}$):

Konstante: 1

Funktionssymbole: $+$, $-$, $\cdot$

Relationssymbole: $=$

- (a) a teilt b .
 (b) p ist eine Primzahl.
 (c) a ist kongruent zu b mod n
 (d) $\text{kgV}(a, b) = ab$.

Aufgabe 51. Bestimme die freien und gebundenen Variablen der Formel

$$(\forall z(Q(z) \wedge \forall x P(x, y))) \vee (\exists y P(x, y))$$

Aufgabe 52. Bringe folgende Formel auf Pränex-Normalform:

$$\forall x((\forall y \exists z R(x, y, z)) \wedge \exists z \forall y \neg R(x, y, z))$$

Aufgabe 53. Welche der folgenden Schlüsse sind korrekt?

- (a) $\forall x \exists y R(x, y) \implies \exists x R(x, x)$
 (b) $\exists y \forall x R(x, y) \implies \exists x R(x, x)$
 (c) $(\forall x \exists y \forall z (R(x, y) \wedge R(y, z) \rightarrow R(x, z))) \wedge \forall x \exists y R(x, y) \implies \forall x \forall y R(x, y)$