

Aufgabe 54. Wieviele Fahnen mit drei Streifen kann man mit den Farben rot, grün, weiß, schwarz und blau bilden, sodaß benachbarte Streifen verschiedene Farben haben? (d.h. rot-weiß-rot ist erlaubt, aber nicht rot-rot-weiß).

- (a) Wenn oben und unten unterscheidbar ist? (d.h., RWG ist verschieden von GWR).
- (b) Wenn oben und unten nicht unterscheidbar ist? (d.h., RWG und GWR ist die gleiche Fahne).
- (c) Wieviele Fahnen mit k Streifen aus n Farben kann man jeweils bilden?

Aufgabe 55. Wieviele ganzzahlige Lösungen hat die Gleichung

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_k = n$$

unter der Voraussetzung

- (a) $x_j > 0$ für alle j ;
- (b) $x_j \geq 0$ für alle j .

Wie hängen die Lösungen zusammen?

Aufgabe 56. Bestimme die Anzahl der ganzzahligen Lösungen der Gleichung

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 19$$

unter den Bedingungen

- (a) $x_i \geq 0$ für $i = 1, 2, 3, 4, 5$;
- (b) $x_i \geq 0$ für $i = 1, 2, 3, 4$ und $x_5 \geq 5$;
- (c) $x_i \geq 0$ für $i = 1, 2, 3$, $0 \leq x_4 \leq 4$ und $0 \leq x_5 \leq 4$.

Aufgabe 57. Wieviele Lösungen $(x_1, x_2, \dots, x_{2n}) \in \{+1, -1\}^{2n}$ hat die Gleichung

$$x_1 + x_2 + \cdots + x_{2n} = 0?$$

Aufgabe 58. Zeige mit kombinatorischen Argumenten, daß

$$\binom{n}{k} \binom{n-k}{j} = \binom{n}{k+j} \binom{k+j}{k} = \binom{n}{j} \binom{n-j}{k}$$

Aufgabe 59.

- (a) Wieviele 5-stellige Telephonnummern enthalten mindestens eine Ziffer, die mehrmals vorkommt?
- (b) Wieviele 5-stellige Telephonnummern enthalten genau eine Ziffer, die mehrmals vorkommt?

Unterscheide jeweils die Fälle, ob die Nummern mit 0 beginnen dürfen oder nicht.

Aufgabe 60.

- (a) Auf wieviele Arten kann man die Buchstaben des Wortes *MISSISSIPPI* zu einem Anagramm anordnen?
- (b) Auf wieviele Arten kann man die Buchstaben des Wortes *MISSISSIPPI* so anordnen, daß weder alle *I*'s, *S* noch *P*'s jeweils hintereinander stehen?

Aufgabe 61. Wieviele Zahlen aus $\{1, 2, \dots, 1500\}$ sind durch 2, 3 oder 5 teilbar?