

# Diskrete Mathematik für Lehramt Informatik Sommersemester 2021

10. Übungsblatt (10.6.2021)

---

**Beispiel 10.1.** Für  $n \in \mathbb{N}$  bezeichnet  $n!$  (gesprochen „ $n$  Fakultät“) das Produkt der Zahlen  $1, 2, \dots, n$ .

(a) Berechnen Sie  $\varphi(10!)$ ,  $\varphi(1006)$  und  $\varphi(2021)$ . Beschreiben Sie dabei auch, wie Sie die Primfaktorzerlegungen gefunden haben.

(b) Ermitteln Sie alle  $n \in \mathbb{N}$  mit  $\varphi(n) = 10$ .

**Beispiel 10.2.** Ermitteln Sie ohne Taschenrechner  $a, b \in \{0, 1, \dots, 24\}$ , so dass

$$(6^{10})^{2021} \equiv a \pmod{25} \quad \text{und} \quad 31^{(41^{59})} \equiv b \pmod{25}.$$

**Beispiel 10.3.** Ermitteln Sie ohne Taschenrechner  $a \in \{0, 1, \dots, 24\}$ , so dass

$$(31^{41})^{59} \equiv a \pmod{25}.$$

**Beispiel 10.4.** Gesucht sind die letzten drei Ziffern in der Dezimaldarstellung von

$$a = 2^{10062021}.$$

Berechnen Sie zu diesem Zweck zunächst  $r_1 \in \{0, 1, \dots, 7\}$  und  $r_2 \in \{0, 1, \dots, 124\}$  mit

$$a \equiv r_1 \pmod{8} \quad \text{und} \quad a \equiv r_2 \pmod{125}$$

mit Hilfe des Satzes von Euler-Fermat. Verwenden Sie danach den chinesischen Restsatz, um  $a \pmod{1000}$  zu berechnen.