Diskrete Mathematik für Lehramt Informatik
Sommersemester 2021

2. Übungsblatt (18.3.2021)

Beispiel 2.1. Formalisieren Sie die folgenden Aussagen mittels Aussagenlogik.

- Genau eine der Aussagen A, B und C ist wahr.
- Genau zwei der Aussagen A, B und C sind wahr.
- Mindestens eine der Aussagen A, B und C ist wahr.

Beispiel 2.2. Beweisen Sie die Transitivität

$$(X \to Y) \wedge (Y \to Z) \implies (X \to Z)$$

mit Hilfe von Wahrheitstafeln für $(X \to Y) \wedge (Y \to Z)$ und $(X \to Z)$.

Beispiel 2.3. Gegeben sind die folgenden Aussagen.

$$\begin{array}{llll} A\colon & \forall x \in \mathbb{R}\ \forall y \in \mathbb{R}\colon x \neq y & B\colon & \forall x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{R}\colon xy = 0 \\ C\colon & \forall x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{R}\colon x \geq y & D\colon & \exists x \in \mathbb{R}\ \forall y \in \mathbb{R}\colon x \geq y \end{array}$$

(a) Formulieren Sie diese Aussagen in Umgangssprache.

Beispiel: $\exists x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{R}\colon xy = 1$ kann man zum Beispiel als „es gibt zwei reelle Zahlen, deren Produkt 1 ist“ formulieren.

(b) Welche der Aussagen sind wahr?

(c) Formulieren Sie die Negationen dieser Aussagen mit Quantoren und Junktoren, so dass sämtliche Junktoren auf der rechten Seite (d.h. hinter dem Doppelpunkt) stehen.

Beispiel 2.4. Zu zwei Mengen M, N betrachten wir die folgenden Aussagen.

- A: Jedes Element von M liegt auch in N.
- B: Es gibt kein x, das sowohl in M als auch in N liegt.
- C: Nicht alle Elemente von N liegen auch in M.

(a) Formulieren Sie diese Aussagen mit Quantoren und Junktoren, sodass sämtliche Junktoren auf der rechten Seite (d.h. hinter dem Doppelpunkt) stehen.

(b) Geben Sie für jede der drei Aussagen passende Mengen M, N an, für die die jeweilige Aussage wahr ist.

(c) Gibt es Mengen M, N, für die alle drei Aussagen wahr sind?