

Diskrete Mathematik für Lehramt Informatik

Sommersemester 2021

3. Übungsblatt (25.3.2021)

Beispiel 3.1. Im Düsseldorfer Landtag in den siebziger Jahren bezeichnete ein Politiker in einer Rede die Hälfte der Anwesenden als „Idioten.“ Der Landtagspräsident verlangte eine Entschuldigung des Redners. Dieser trat erneut auf und sagte: „Gut, ich nehme es zurück: Die Hälfte der hier Anwesenden sind keine Idioten.“

Sei A die Menge der anwesenden Personen. Definieren Sie die Menge I der Idioten und die Menge N der Nicht-Idioten unter den Anwesenden mit Hilfe eines geeigneten Prädikats. Drücken Sie anschließend die beiden Aussagen „Die Hälfte der Anwesenden sind Idioten“ und „Die Hälfte der Anwesenden sind keine Idioten“ mit Hilfe von A , I und N aus. Warum ist die zweite Aussage nicht die Negation der ersten? Was sind die korrekten Negationen der beiden Aussagen?

Beispiel 3.2. Beweisen Sie durch Induktion, dass die Behauptung

$$\sum_{k=1}^n (2k-1) = n^2$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ wahr ist.

(In Worten: Die Summe der ersten n ungeraden Zahlen ist n^2 .)

Beispiel 3.3. Zeigen Sie, dass die Rechengesetze

$$\begin{aligned} A \triangle (B \triangle C) &= (A \triangle B) \triangle C \\ A \triangle B &= (A \cup B) \setminus (A \cap B) \\ &= (A \setminus B) \cup (B \setminus A) \end{aligned}$$

für Mengenoperationen wahr sind

- (a) zeichnerisch anhand von Venn-Diagrammen,
- (b) formal durch Verwendung der Definitionen und der logischen Rechenregeln.

Beispiel 3.4. Welche der folgenden Aussagen sind für alle Mengen A, B, C wahr? Geben Sie für falsche Aussagen ein Gegenbeispiel an und weisen Sie wahre Aussagen durch Venn-Diagramme oder logische Argumente nach.

- (a) $\emptyset \in \emptyset$
- (b) $\emptyset \subseteq \emptyset$
- (c) $\emptyset \in \{\emptyset\}$
- (d) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$
- (e) $((A \subseteq B) \wedge (B \subseteq C)) \rightarrow (A \subseteq C)$
- (f) $((A \not\subseteq B) \wedge (B \subseteq C)) \rightarrow (A \not\subseteq C)$
- (g) $((A \in B) \wedge (B \in C)) \rightarrow (A \in C)$