Diskrete Mathematik für Lehramt Informatik Sommersemester 2021

4. Übungsblatt (15.4.2021)

Beispiel 4.1. Untersuchen Sie, ob die folgenden Relationen auf $\mathbb{N}$ reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch bzw. transitiv sind. Welche der Relationen sind Äquivalenzrelationen auf $\mathbb{N}$, welche sind Ordnungsrelationen?

Wenn eine Eigenschaft gilt, müssen Sie dies beweisen. Wenn eine Eigenschaft nicht gilt, geben Sie ein Gegenbeispiel an.

- (a) $mRn : \iff m - n = 13$;
- (b) $mRn : \iff m + n$ ist gerade;
- (c) $mRn : \iff m \cdot n$ ist gerade.

Beispiel 4.2. Untersuchen Sie die folgenden Relationen auf Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie und Transitivität. Welche der Relationen sind Äquivalenzrelationen, welche sind Ordnungsrelationen?

Wenn eine Eigenschaft gilt, müssen Sie dies beweisen. Wenn eine Eigenschaft nicht gilt, geben Sie ein Gegenbeispiel an.

- (a) Menge $X = \mathbb{R}$, Relation $xRy : \iff x \cdot y \geq 0$;
- (b) Menge $X = \{a, b, c, d\}$, Relation R entsprechend der Tabelle

	a	b	c	d
a	×	×	×	×
b		×		
c			×	
d		×	×	×

Beispiel 4.3. Gegeben sind zwei Relationen R_1, R_2 auf der gleichen Menge X . Zeigen oder widerlegen (d.h. Gegenbeispiel) Sie die folgenden Behauptungen.

- (a) Sind R_1 und R_2 beide symmetrisch, dann ist auch $R_1 \cap R_2$ symmetrisch.
- (b) Sind R_1 und R_2 beide symmetrisch, dann ist auch $R_1 \cup R_2$ symmetrisch.
- (c) Sind R_1 und R_2 beide transitiv, dann ist auch $R_1 \cap R_2$ transitiv.
- (d) Sind R_1 und R_2 beide transitiv, dann ist auch $R_1 \cup R_2$ transitiv.

Beispiel 4.4. Gegeben ist die Relation $R = \{(a, a), (a, b), (b, b), (c, b), (c, c), (d, d)\}$ auf der Menge $X = \{a, b, c, d\}$.

- (a) Ist R auf X reflexiv, symmetrisch, antisymmetrisch, transitiv?
- (b) Welches ist die kleinste Menge R' , die R enthält und eine Äquivalenzrelation ist?