

Diskrete Mathematik für Lehramt Informatik Sommersemester 2021

6. Übungsblatt (29.4.2021)

Beispiel 6.1. Die *Fibonacci-Zahlen* $F_0, F_1, \dots$ sind rekursiv definiert durch

$$F_0 = F_1 = 1 \quad \text{und} \quad F_{n+1} = F_n + F_{n-1} \quad \text{für } n \geq 1.$$

Zeigen Sie per Induktion, dass $\text{ggT}(F_n, F_{n-1}) = 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Beispiel 6.2. Berechnen Sie für die folgenden Zahlenpaare (m, n) mit Hilfe des erweiterten euklidischen Algorithmus jeweils $\text{ggT}(m, n)$ und Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ mit

$$am + bn = \text{ggT}(m, n).$$

(a) $m = 2021, n = 29$;

(b) $m = 392, n = 553$.

Beispiel 6.3. Gegeben sind zwei Zahlen $m, n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie:

(a) Falls Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ existieren mit $am + bn = 1$, dann sind m und n teilerfremd.

(b) Die Zahlen $\frac{m}{\text{ggT}(m, n)}$ und $\frac{n}{\text{ggT}(m, n)}$ sind teilerfremd.

Beispiel 6.4. Untersuchen Sie, ob es Zahlen $m, n \in \mathbb{N}$ gibt, für welche gilt

(a) $\text{ggT}(m, n) = 16$ und $\text{kgV}(m, n) = 540$ bzw.

(b) $\text{ggT}(m, n) = 12$ und $\text{kgV}(m, n) = 540$.

Geben Sie gegebenenfalls alle solche Zahlen an.