Diskrete Mathematik für Lehramt Informatik Sommersemester 2021

8. Übungsblatt (20.5.2021)

Beispiel 8.1. Stellen Sie die Additions- und Multiplikationstabellen für $\mathbb{Z}_4$ und für $\mathbb{Z}_7$ auf.

Beispiel 8.2. Zeigen Sie, dass jede natürliche Zahl $k \geq 6$, für die sowohl $k - 1$ als auch $k + 1$ Primzahlen sind, durch 6 teilbar ist.

Beispiel 8.3. Zeigen Sie, dass für eine ganze Zahl n mit Dezimaldarstellung $a_k a_{k-1} \dots a_0$ die Regel

$$n \equiv \sum_{i=0}^k (-1)^i a_i \pmod{11}$$

gilt und folgern Sie daraus die *Elferprobe*: Es ist n genau dann durch 11 teilbar, wenn $\sum_{i=0}^k (-1)^i a_i$ durch 11 teilbar ist.

Überprüfen Sie mit Hilfe der Elferprobe, ob die Zahl

123456789010111213141516171819202122232425262728293031323334353637383940

durch 11 teilbar ist.

Beispiel 8.4. Eine österreichische IBAN (*international bank account number*) hat immer zwanzig Stellen und sieht folgendermaßen aus:

$$ATp_1p_2b_1b_2b_3b_4b_5k_1k_2k_3k_4k_5k_6k_7k_8k_9k_{10}k_{11},$$

wobei $b_1b_2b_3b_4b_5$ die fünfstellige Bankleitzahl, $k_1k_2k_3k_4k_5k_6k_7k_8k_9k_{10}k_{11}$ die (vorne um Nullen ergänzte) herkömmliche Kontonummer und p_1p_2 ein Prüfcode zwischen 02 und 98 ist, der so bestimmt wird, dass

$$b_1b_2b_3b_4b_5k_1k_2k_3k_4k_5k_6k_7k_8k_9k_{10}k_{11}1029p_1p_2 \equiv 1 \pmod{97}.$$

(1029 entsteht aus AT durch Addieren von 9 zur Stelle der Buchstaben im Alphabet, also $A \rightarrow 1 + 9 = 10$ und $T \rightarrow 20 + 9 = 29$.)

Ermitteln Sie Zahlen $r_0, r_1, \dots, r_{21} \in \{0, 1, \dots, 96\}$ mit

$$10^n \equiv r_n \pmod{97}$$

für alle $n \in \{0, 1, \dots, 21\}$ und berechnen Sie mit Hilfe dieser Zahlen die IBAN¹ für die Bankleitzahl 20521 und die Kontonummer 31415926.

¹Bitte kein Geld überweisen! Es ist nicht das Konto einer uns bekannten Person und verbessert nicht die Note.