Aufgabe 14. Sei $X = \{0, 1, 2, 3\}$ mit der Relation $\mathrm{R} = \{(0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 0)\}$. Bestimme den transitiven Abschluß $\bar{R}$, d.h., die kleinste transitive Relation, die R als Teilmenge enthält.

Aufgabe 15. Sei $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Bilde die kleinste Äquivalenzrelation auf A, die die Elemente $(1, 3)$, $(4, 3)$ und $(2, 5)$ enthält, bestimme die Äquivalenzklassen und ein Repräsentantensystem.

Aufgabe 16. Für welche $n \in \mathbb{N}$ ist $43 \equiv 1 \mod n$?

Aufgabe 17. Stelle fest, für welche $m \geq 2$ durch

$$x \sim_m y \iff m \text{ teilt } x + y$$

eine Äquivalenzrelation auf $X = \mathbb{Z}$ definiert wird.

Aufgabe 18. Bestimme alle Zahlen $m, n \in \mathbb{N}$, für die gilt

(a) $\mathrm{ggT}(m, n) = 7$ und $\mathrm{kgV}(m, n) = 2730$.

(b) $\mathrm{ggT}(m, n) = 1$ und $\mathrm{kgV}(m, n) = 36$.

Hinweis: Die Identität $\mathrm{ggT}(m, n) \cdot \mathrm{kgV}(m, n) = m \cdot n$ darf verwendet werden.

Aufgabe 19. Seien $m, n \in \mathbb{Z}$. Zeige:

(a) Wenn es Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ gibt sodaß $am + bn = 1$, dann ist $\mathrm{ggT}(m, n) = 1$

(b) Sei $g = \mathrm{ggT}(m, n)$, dann ist $\mathrm{ggT}(m/g, n/g) = 1$.