

**Aufgabe 5.** Dem Speiseplan einer Mensa soll ein neues Menü hinzugefügt werden. Dabei gelten die folgenden Bedingungen.

- (i) Das Menü muss Brot beinhalten, falls kein Dessert dabei ist.
- (ii) Gehören Brot und Dessert zum Menü, darf es dazu keine Suppe geben.
- (iii) Wenn im Menü aber Suppe enthalten ist oder kein Dessert dazu gehört, darf es kein Brot geben.

Bilde Formeln  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  der Aussagenlogik, die jeweils den Bedingungen (i), (ii) und (iii) entsprechen. Stelle eine Wahrheitstafel für diese Formeln auf und finde anschließend eine möglichst einfache Formel, die zu  $P \wedge Q \wedge R$  äquivalent ist.

**Aufgabe 6.** Die folgenden Aufgaben sind Schritt für Schritt unter Anwendung der logischen Schlußregeln (s. Internetseite) und ohne Verwendung von Wahrheitstabellen zu lösen.

- (a) Zeige, daß die folgenden Aussageformen äquivalent sind:

$$A \rightarrow (B \rightarrow C) \iff (A \wedge B) \rightarrow C.$$

- (b) Zeige, daß der folgende Ausdruck eine *Tautologie* ist, d.h., immer erfüllt ist:

$$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C).$$

- (c) Zeige mit den Regeln des logischen Schließens den **Modus Tollens**

$$((P \rightarrow Q) \wedge \neg Q) \rightarrow \neg P.$$

**Aufgabe 7.** Im Folgenden bezeichnen  $x$  und  $y$  reelle Zahlen.

- (a) Formuliere die folgenden Aussagen in Umgangssprache.

- (i)  $\forall x \exists y : x = y^3$
- (ii)  $\exists x \forall y : xy \neq 0$
- (iii)  $\forall x \exists y : x \geq y$
- (iv)  $\exists x \forall y : x \geq y$

- (b) Welche der Aussagen sind wahr?

- (c) Verneine die Aussagen und forme sie solange um, bis sämtliche Quantoren links stehen.

**Aufgabe 8.** Drücke folgende Aussagen über reelle Zahlen mit Quantoren aus:

- (i) Das Quadrat einer reellen Zahl ist nichtnegativ.
- (ii) Jede positive Zahl hat eine positive Wurzel.
- (iii) Eine negative Zahl hat keine reelle Wurzel.