

Aufgabe 13. Untersuche die folgenden Relationen auf die Eigenschaften Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie und Transitivität und stelle fest, ob jeweils eine Halbordnungs- oder Äquivalenzrelation vorliegt und bestimme im letzteren Fall die Äquivalenzklassen.

- (a) Menge $X = \mathbb{Z}$, Relation $xRy \iff x = |y| \vee y = |x|$.
- (b) $X = \mathbb{R}$, $xRy \iff x \cdot y \geq 0$
- (c) $X = \mathbb{N}$, $mRn \iff 2 \mid (m + n)$
- (d) $X = \mathbb{N}$, $mRn \iff 2 \mid (m \cdot n)$
- (e) $X = \mathbb{R}$, $xRy \iff x - y \in \mathbb{Z}$
- (f) $X = \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}$, $(m, n)R(p, q) \iff mq = np$
- (g) Menge X beliebig, Ungleichheitsrelation $x \neq y$.
- (h) $X = \mathbb{Z}$, $xRy \iff y = 3x$
- (i) Menge $X = \{a, b, c, d\}$, Relation R entsprechend der folgenden Tabelle:

	a	b	c	d
a	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$
b		$\times$		
c		$\times$	$\times$	$\times$
d				$\times$

- Aufgabe 14.** (a) Sei $X = \{1, 2, 3, 4\}$. Bilde die kleinste Äquivalenzrelation auf A , die die Paare $(1, 3)$ und $(4, 3)$ enthält.
- (b) $X = \{a, b, c\}$, $R = \{(a, a), (a, c), (c, a), (b, b), (c, c)\}$. Was muss aus der Relation R entfernt werden, damit sie antisymmetrisch wird? (Es gibt mehrere Möglichkeiten!)

Aufgabe 15. Sei R eine symmetrische und transitive Relation auf einer Menge X .

- (a) Finde den Fehler im folgenden Beweis, daß R auch reflexiv ist:
Sei $x \in X$ beliebig. Wähle $y \in X$ sodaß xRy . Dann gilt wegen der Symmetrie auch yRx und aus der Transitivität folgt xRx
- (b) Finde eine symmetrische und transitive Relation, die nicht reflexiv ist.