

Aufgabe 16. Für welche $n \in \mathbb{N}$ ist $43 \equiv 1 \pmod{n}$?

Aufgabe 17. Seien $m \in \mathbb{N}$ und $x, y, x', y' \in \mathbb{Z}$. Zeige: Wenn

$$x \equiv x' \pmod{m} \quad \text{und} \quad y \equiv y' \pmod{m},$$

dann gilt auch

$$x + y \equiv x' + y' \pmod{m} \quad \text{und} \quad xy \equiv x'y' \pmod{m}.$$

Aufgabe 18. Bestimme alle Zahlen $m, n \in \mathbb{N}$, für die gilt

(a) $\text{ggT}(m, n) = 7$ und $\text{kgV}(m, n) = 2730$.

(b) $\text{ggT}(m, n) = 1$ und $\text{kgV}(m, n) = 36$.

Hinweis: Die Identität $\text{ggT}(m, n) \cdot \text{kgV}(m, n) = m \cdot n$ darf verwendet werden.

Aufgabe 19. Seien $m, n \in \mathbb{Z}$. Zeige:

(a) Wenn es Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ gibt sodaß $am + bn = 1$, dann ist $\text{ggT}(m, n) = 1$

(b) Sei $g = \text{ggT}(m, n)$, dann ist $\text{ggT}(m/g, n/g) = 1$.

Aufgabe 20. Seien $m, n \in \mathbb{N}$, sodass $\text{ggT}(m, n) = 1$. Zeige, dass $\text{ggT}(m + n, m - n) = 1$ oder 2 .

Aufgabe 21. Bestimme mithilfe des euklidischen Algorithmus für jedes der folgenden Zahlenpaare (m, n) den größten gemeinsamen Teiler.

(a) (233, 89)

(b) (425, 2023)

(c) (377, 144)

(d) (228, 141)

(e) (144, 347)

(f) (231, 142)