Aufgabe 22. Bestimme mithilfe des euklidischen Algorithmus für jedes der folgenden Zahlenpaare (m,n) den größten gemeinsamen Teiler sowie Zahlen a und $b \in \mathbb{Z}$, sodaß $\mathrm{ggT}(m,n) = am + bn$.

(a)	$(233, 89)$	(b)	$(425, 2023)$
(c)	$(377, 144)$	(d)	$(228, 141)$
(e)	$(144, 347)$	(f)	$(231, 142)$

Aufgabe 23. Sei F_n die Folge der Fibonacci-Zahlen, gegeben durch die Rekursion

$$F_0 = F_1 = 1 \qquad F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$$

Zeige, dass $\mathrm{ggT}(F_n, F_{n+1}) = 1$ für jedes n (Induktion).

Aufgabe 24. Zeige: Wenn n keine Primzahl ist, dann kann auch $2^n - 1$ keine Primzahl sein.

Aufgabe 25. Erstelle die Multiplikationstabelle von $\mathbb{Z}_7$.

Aufgabe 26. Zeige die *Elferprobe*: Eine Zahl $n \in \mathbb{Z}$ ist genau dann durch 11 teilbar, wenn die alternierende Quersumme durch 11 teilbar ist, d.h., mit der Ziffernentwicklung

$$n = \sum a_i 10^i$$

ist n durch 11 teilbar genau dann, wenn

$$\sum a_i (-1)^i$$

durch 11 teilbar ist.

Aufgabe 27. Eine österreichische IBAN (*international bank account number*) hat immer zwanzig Stellen und sieht folgendermaßen aus:

$$ATpp\ bbbb\ bkkk\ kkkk\ kkkk$$

wobei *bbbbb* die fünfstellige Bankleitzahl, *kkk kkkk kkkk* die (um Nullen ergänzte) herkömmliche Kontonummer ist und *pp* ein Prüfcode zwischen 02 und 98, der so bestimmt wird, dass

$$bbbbbkkkkkkkkkkk1029pp \equiv 1 \mod 97.$$

(1029 entsteht aus AT durch addieren von 9 zur Stelle im Alphabet: also $A \to 1 + 9 = 10$, $B \to 2 + 9 = 11$, $\dots$, $Z \to 26 + 9 = 35$).
Bestimme die IBAN der folgenden Kontonummer[1]: BLZ: 54321, KtoNr: 7654321

[1] Bitte kein Geld überweisen, es ist nicht das Konto des Vortragenden und verbessert nicht die Note.