

Aufgabe 12. Zeige mit den Regeln des logischen Schließens¹ die Allgemeingültigkeit des Ausdrucks

$$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$$

Aufgabe 13. (a) Zeige anhand eines Beispiels, daß die Aussagen

$$(\forall a \in A : P(a)) \rightarrow Q \quad \text{und} \quad \forall a \in A : (P(a) \rightarrow Q)$$

im Allgemeinen nicht äquivalent sind.

(b) Finde Prädikate $P(x)$ und $Q(x)$ über $x \in \mathbb{R}$, sodaß die Aussage

$$\forall x \in \mathbb{R} : (P(x) \rightarrow Q(x))$$

falsch ist und die Aussage

$$(\forall x \in \mathbb{R} : P(x)) \rightarrow (\forall x \in \mathbb{R} : Q(x))$$

wahr ist.

Aufgabe 14. Zeige, daß folgende Aussagen äquivalent sind:

(a) $A \subseteq B$

(b) $A \cup B = B$

(c) $A \cap B = A$

(d) $A \setminus B = \emptyset$

Aufgabe 15. Zeige (anhand von Venndiagrammen *und* durch formale Logik):

(a) $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$

(b) $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$

¹<https://www.math.tugraz.at/idm-lv/dmnawi/2019/Uebungsblaetter/logikregeln.pdf>