Aufgabe 27. Herr S. macht Urlaub auf Ibiza und schickt jeweils eine Postkarte an jeden seiner 3 Freunde. Es stehen 6 Motive mit türkisen Stränden und 5 Motive mit Pferden zur Auswahl, insgesamt also 11 verschiedene Motive. Wieviele Kombinationen von Postkarten sind möglich, wenn

(i) es egal ist, wer welche Postkarte bekommt.
(ii) es auch darauf ankommt, wer welche Postkarte bekommt.

und

(a) alle Motive verschieden sein müssen.
(b) auch gleiche Motive vorkommen dürfen.

Was ändert sich, wenn

(a′) sein bester Freund unbedingt ein Pferd haben will?
(b′) mindestens ein Strand dabei sein soll?

Aufgabe 28. (a) Wieviele verschiedene 7-stellige Telephonnummern können aus den Ziffern 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4 gebildet werden?
(b) Wieviele dieser Nummern beginnen mit 1? mit 2? mit 3? mit 4?
(c) Wir schreiben die gefundenen Telephonnummern der Größe nach in eine Liste. An welcher Stelle steht die kleinste Zahl, die mit 3 beginnt?
(d) wie (c), welche Telephonnummer steht an der 240. Position?
(e) Wieviele verschiedene 7-stellige Telephonnummern können aus den Ziffern 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4 gebildet werden, sodaß benachbarte Ziffern verschieden sind?

Aufgabe 29. Wieviele natürliche Zahlen $n \leq 10^6$ können weder als Quadrat $n = k^2$, noch als Kubikzahl $n = k^3$, noch als Potenz $n = k^5$ für ein $k \in \mathbb{N}$ dargestellt werden?

Aufgabe 30. Beweise durch kombinatorische Argumente:

$$\sum_{k=1}^{n} k \binom{n}{k} = n2^{n-1}$$