Aufgabe 31. Ein **Fixpunkt** einer Abbildung $f : X \to X$ ist ein Element $x \in X$, sodaß $f(x) = x$. Bestimme die Anzahl der bijektiven Abbildungen $f : X \to X$, die keinen einzigen Fixpunkt besitzen, wenn $|X| = n$.
Hinweis: Inklusion-Exklusion.

Aufgabe 32. (a) Zeige, daß

$$\left\{ {n \atop 2} \right\} = 2^{n-1} - 1$$

(b) Sei $n = pk$. Bestimme die Anzahl der Mengenpartitionen von $\{1, 2, \dots, n\}$, sodaß alle Klassen k Elemente enthalten.

Aufgabe 33. Zeige, daß die Folge B_n der Anzahl der Mengenpartitionen einer n-elementigen Menge die Rekursion

$$B_{n+1} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} B_k$$

erfüllt.

Aufgabe 34. Seien X und Y Mengen mit $|X| = n$ und $|Y| = n-3$. Zeige, daß die Anzahl aller surjektiven Funktionen von X nach Y gegeben ist durch

$$\frac{n!(n-2)(n-3)^2}{48}$$

Aufgabe 35. Zeige mit kombinatorischen Argumenten, daß

$$m^n = \sum_{k=0}^{n} \left\{ {n \atop k} \right\} m^{\underline{k}}$$