

Aufgabe 60. Zeige, daß in einem ungerichteten Graphen G die Relation

$$x R y \iff \exists \text{ Weg von } x \text{ nach } y$$

eine Äquivalenzrelation ist. Welche Relation erhält man, wenn man "Weg" durch "Pfad" ersetzt?

Aufgabe 61. Die Gradfolge eines Graphen ist die Folge der Grade der einzelnen Knoten in absteigender Ordnung. Ist es möglich, Graphen (ohne Schleifen und Mehrfachkanten) mit den folgenden Gradfolgen zu konstruieren?

(a) (3, 3, 3, 3)

(b) (4, 3, 2, 1)

(c) (3, 3, 3, 2, 1)

(d) (1, 1, 1, 1, 1)

Aufgabe 62. Ein Baum ist definiert als zusammenhängender, kreisfreier Graph. Zeige, daß für einen endlichen Graphen $G = (V, E)$ die Aussage " G ist ein Baum" zu jeder der drei folgenden Eigenschaften äquivalent ist.

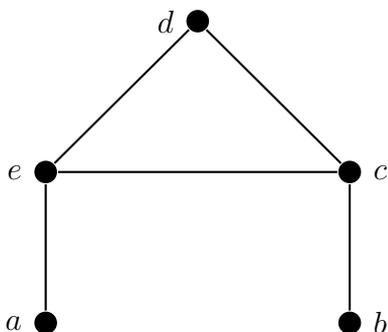
(a) G ist zusammenhängend und $|E| = |V| - 1$

(b) Für je zwei Knoten u und v gibt es genau einen Pfad von u nach v .

(c) G ist kreisfrei und das Hinzufügen einer beliebigen neuen Kante erzeugt einen Kreis.

Aufgabe 63. Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Der *Kantengraph* von G ist der Graph $L(G) = (E, W)$ wobei $[e_1, e_2] \in W \iff e_1 \cap e_2 \neq \emptyset$. (In Worten: Die Knoten von $L(G)$ sind die Kanten von G und zwei Kanten werden verbunden, wenn sie einen Knoten gemeinsam haben). Zeige: Wenn der Graph G eine Eulersche Tour besitzt, dann auch der Kantengraph. Gilt auch die Umkehrung?

Aufgabe 64. Gegeben sei der folgende Graph.



Bestimme die Adjazenzmatrix und die Anzahl der Wege der Länge 7 vom Knoten a zum Knoten b .