

Aufgabe 11. Beweise durch kombinatorische Argumente:

$$\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k} = n2^{n-1}$$

- Aufgabe 12.** (a) Wieviele verschiedene 7-stellige Telephonnummern können aus den Ziffern 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4 gebildet werden?
(b) Wieviele dieser Nummern beginnen mit 1? mit 2? mit 3? mit 4?
(c) Wir schreiben die gefundenen Telephonnummern der Größe nach in eine Liste. An welcher Stelle steht die kleinste Zahl, die mit 3 beginnt?
(d) wie (c), welche Telephonnummer steht an der 240. Position?
(e) Wieviele verschiedene 7-stellige Telephonnummern können aus den Ziffern 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4 gebildet werden, sodaß benachbarte Ziffern verschieden sind?

Aufgabe 13. Wieviele natürliche Zahlen $n \leq 10^6$ können weder als Quadrat $n = k^2$, noch als Kubikzahl $n = k^3$, noch als Potenz $n = k^5$ für ein $k \in \mathbb{N}$ dargestellt werden?

Aufgabe 14. Ein Palindrom ist ein Wort, das von vorne und von hinten gelesen den selben Ausdruck ergibt; z.B. OTTO, RENNER, RELIEFPFEILER, AXXUXXA, etc. Wieviele 9-buchstabile Palindrome gibt es über dem lateinischen Alphabet?

Aufgabe 15. Bei wievielen n -ziffrigen Dezimalzahlen sind die Ziffern von links nach rechts aufsteigend sortiert? (Die erste Ziffer darf keine 0 sein; zwei aufeinander folgende Ziffern dürfen gleich sein). Wie lautet die Antwort, wenn die Ziffern paarweise verschieden sein müssen?

Aufgabe 16. Ein **Fixpunkt** einer Abbildung $f : X \rightarrow X$ ist ein Element $x \in X$, sodaß $f(x) = x$. Bestimme die Anzahl der bijektiven Abbildungen $f : X \rightarrow X$, die keinen einzigen Fixpunkt besitzen, wenn $|X| = n$.

Hinweis: Inklusion-Exklusion.

Aufgabe 17. (a) Zeige, daß

$$\left\{ \begin{matrix} n \\ 2 \end{matrix} \right\} = 2^{n-1} - 1$$

- (b) Sei $n = pk$. Bestimme die Anzahl der Mengenpartitionen von $\{1, 2, \dots, n\}$, sodaß alle Klassen k Elemente enthalten.