

Aufgabe 18. Sei D_n die Anzahl der Permutationen ohne Fixpunkt aus Aufgabe 16.

(i) Zeige, dass diese Zahlen die Rekursion

$$D_n = (n - 1)(D_{n-1} + D_{n-2})$$

erfüllen.

(ii) Folgere daraus die Rekursion

$$D_n = nD_{n-1} + (-1)^n.$$

(iii) Zeige mit kombinatorischen Argumenten, dass

$$n! = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} D_{n-k}$$

Aufgabe 19. Seien X und Y Mengen mit $|X| = n$ und $|Y| = n - 3$. Zeige, daß die Anzahl aller surjektiven Funktionen von X nach Y gegeben ist durch

$$\frac{n!(n-2)(n-3)^2}{48}$$

Aufgabe 20. Zeige mit kombinatorischen Argumenten, daß

$$m^n = \sum_{k=0}^n \left\{ \begin{matrix} n \\ k \end{matrix} \right\} m^k$$

Aufgabe 21. Bestimme die Anzahl der Permutationen des Wortes ABRACADABRA, in denen kein A neben einem anderen zu stehen kommt.

Aufgabe 22. Bestimme die Anzahl der k -elementigen Teilmengen der Menge $\{1, 2, \dots, n\}$, in denen keine zwei aufeinanderfolgenden Zahlen enthalten sind.