Diskrete Mathematik (NAWI) **SS2025** **Übungsblatt №10**

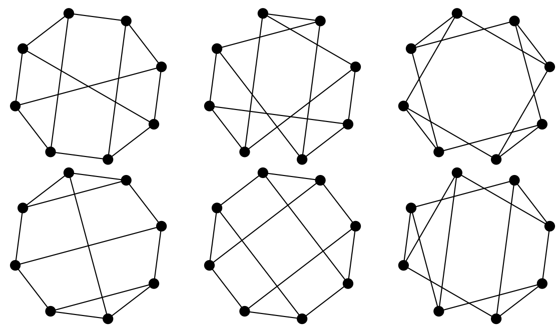
26.05.2025

Aufgabe 51. Die Gradfolge eines Graphen ist die Folge der Grade der einzelnen Knoten in absteigender Ordnung. Ist es möglich, Graphen (ohne Schleifen und Mehrfachkanten) mit den folgenden Gradfolgen zu konstruieren?

(a) $(3, 3, 3, 3)$ (b) $(4, 3, 2, 1)$

(c) $(3, 3, 3, 2, 1)$ (d) $(1, 1, 1, 1, 1)$

Aufgabe 52. Zwei Graphen G_1 und G_2 heißen isomorph, wenn es eine bijektive Abbildung $f : V(G_1) \to V(G_2)$ zwischen beiden Knotenmengen gibt, sodass $[x, y] \in E(G_1) \iff [f(x), f(y)] \in E(G_2)$. Isomorphe Graphen werden üblicherweise identifiziert. Die folgenden Bilder zeigen sechs Graphen, von denen jeweils zwei zueinander isomorph sind. Finde die drei isomorphen Paare.



Aufgabe 53. Es gibt $64 = 2^{\binom{4}{2}}$ Arten, einen Graphen auf den 4 Knoten ∷ zu zeichnen. Bestimme die alle Isomorphieklassen und die jeweilige Kardinalität; z.B. sind die folgenden Graphpaare isomorph

Aufgabe 54. Ein Baum ist definiert als zusammenhängender, kreisfreier Graph. Zeige, daß für einen endlichen Graphen $G = (V, E)$ die folgenden Aussage äquivalent sind.

(i) G ist ein Baum.
(ii) G ist zusammenhängend und $|E| = |V| - 1$
(iii) Für je zwei Knoten u und v gibt es genau einen Pfad von u nach v.
(iv) G ist kreisfrei und das Hinzufügen einer beliebigen neuen Kante erzeugt einen Kreis.
(v) G ist zusammenhängend und jede Kante ist eine Brücke, d.h., nach Entfernen einer beliebigen Kante ist G nicht mehr zusammenhängend.

Aufgabe 55. Seien $(a_i, b_i) \in \mathbb{R}$, $1 \leqslant i \leqslant n$ Paare reeller Zahlen mit $a_i < b_i$. Der *Intervallgraph* ist der Graph G mit den Knoten $v_i = [a_i, b_i]$ und Kantenmenge $E = \{[v_i, v_j] \mid [a_i, b_i] \cap [a_j \cap b_j] \neq \varnothing\}$. Welche der folgenden Graphen sind Intervallgraphen?