

Name:
Matrikelnummer:

Übungsgruppe:

☐ Hammer — ☐ Leobacher — ☐ Lindorfer — ☐ Reinhart — ☐ Smertnig — ☐ Zalla

(Bitte markieren Sie Ihre Gruppe!)

1. Test Lineare Algebra I – 23.3.2022 – Gruppe D

Aufgabe 1. Für welche Werte des Parameters $\alpha \in \mathbb{R}$ hat das reelle lineare Gleichungssystem

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcl} 2x & + & \alpha y & + & 2z & = & 3 \\ x & + & 2y & + & \alpha z & = & 2 \\ x & + & y & - & z & = & 1 \end{array}$$

- (i) eine eindeutige Lösung
- (ii) unendlich viele Lösungen
- (iii) keine Lösung.

Bestimme in den Fällen (i) und (ii) die Lösungsmengen.

Aufgabe 2. Finde alle Gruppenhomomorphismen $h : \mathbb{Z}_2 \rightarrow \mathbb{Z}_4$.

Aufgabe 3. Überprüfe, welche Gruppenaxiome von den folgenden algebraischen Strukturen erfüllt werden und ob es sich um (abelsche?) Halbgruppen, Monoide oder Gruppen handelt.

- (a) X eine beliebige nichtleere Menge, Verknüpfung $x \circ y = y$
- (b) $X = \mathbb{N}$, Verknüpfung $a \circ b = \max(a, b)$

Aufgabe 4. Zeige, daß durch die Verknüpfung $a \circ b = a + b - ab$ eine Gruppenstruktur auf $\mathbb{Q} \setminus \{1\}$ definiert wird.

Löse die Gleichung

$$2 \circ x \circ 3 = 0$$

Aufgabe 5. Sei $(G, \circ)$ eine Gruppe und $U_1, U_2 \subseteq G$ Untergruppen. Zeige, daß $U_1 \cup U_2$ eine Untergruppe von G ist genau dann, wenn $U_1 \subseteq U_2$ oder $U_2 \subseteq U_1$.

Bitte jede Aufgabe auf einem eigenen Blatt lösen,
und auf jedes Blatt Namen und Matrikelnummer schreiben.