

1. Übungsblatt – 10. Oktober 2023

Beispiel 1

(2 Punkte)

Eine Urne enthält drei blaue, zwei rote und eine gelbe Kugel. Nacheinander werden zufällig zwei Kugeln gezogen, wobei nach jedem Zug die Farbe der jeweils gezogenen Kugel notiert und die Kugel dann in die Urne zurückgelegt wird.

- (a) Bestimmen Sie einen Ereignisraum unter Berücksichtigung der Reihenfolge der gezogenen Kugeln.
- (b) Bestimmen Sie einen Ereignisraum, wenn die Reihenfolge der gezogenen Kugeln vernachlässigt wird.
- (c) Beschreiben Sie die folgenden Ereignisse als Teilmengen der Ereignismengen aus (a) und (b):
 - mindestens eine der gezogenen Kugeln ist blau.
 - die zwei gezogenen Kugeln haben die gleiche Farbe.

Beispiel 2

(je 2 Punkte für a und b + c)

Ein Meteorit wird auf die Erde treffen, allerdings kann die Einschlagsposition nicht genau bestimmt, sondern nur auf einen Kreis mit Radius vier Kilometer eingegrenzt werden. Der Kreismittelpunkt liegt am (in Fließrichtung) rechten (d.h. westlichen) Rand eines zwei Kilometer breiten Flusses, der von Norden nach Süden fließt, genau auf der Grenze zwischen Deutschland und Österreich. Die obere Hälfte des Kreises gehört zu Deutschland und die untere Hälfte zu Österreich. Westlich des Flusses befindet sich ein Getreidefeld und das Ostufer ist von Wald bedeckt.

- (a) Stellen Sie das Problem grafisch dar und bestimmen Sie die Ereignisse

$A = \{, \text{Meteorit schlägt in Deutschland ein} \},$

$B = \{, \text{Meteorit schlägt in Österreich ein} \},$

$C = \{, \text{Meteorit schlägt auf der Grenze ein} \},$

$D = \{, \text{Meteorit schlägt im Getreidefeld ein} \},$

$E = \{, \text{Meteorit schlägt im Fluss ein} \},$

$F = \{, \text{Meteorit schlägt im Wald ein} \}$

als Teilmengen des Ereignisraums $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 16\}$. Beachten Sie, dass die Grenzen jeweils zu beiden angrenzenden Gebieten gehören. Wie ändern sich die Ereignisse, wenn man Grenzen ausschließt?

- (b) Bestimmen Sie mithilfe der Ereignisse A bis F , das Ereignis, dass der Meteorit
 - im Fluss einschlägt.
 - im österreichischen Wald einschlägt.
 - nicht im Getreidefeld einschlägt.
 - im deutschen Getreidefeld oder im österreichischen Wald einschlägt.
- (c) Beschreiben Sie die Mengen $A \cup B$, $C \cap D$, B^c , $A \setminus F$.

Beispiel 3**(2 Punkte)**

Bei einem Schüler wird mittels Antigen-Test das Coronavirus nachgewiesen. Daraufhin werden alle fünfundzwanzig Kinder seiner Klasse mit PCR-Tests getestet. Wenn ein Ausgang des Experiments die Anzahl der positiven PCR-Tests sein soll, wie sieht dann der Ereignisraum aus? Geben Sie folgendes Ereignis an: „Mehr als zwei Fünftel der Kinder sind infiziert.“

Wie muss der Ereignisraum verändert werden, wenn ebenfalls das Geschlecht der infizierten Kinder festgehalten werden soll und es 17 Mädchen und 8 Jungen in der Klasse gibt? Welche Ereignisse im neuen Ereignisraum geben an, dass genau ein Kind infiziert ist?

Beispiel 4**(2 Punkte)**

Ihnen wird folgendes Spiel angeboten:

Es wird zweimal mit einem fairen sechsseitigen Würfel gewürfelt und Sie können eines der folgenden Ereignisse wählen, bei dem Sie gewinnen:

- (a) Die Augensumme ist gerade.
- (b) Die Augensumme ist größer oder gleich 7.
- (c) Die Augenzahlen der Würfel sind verschieden und kein Würfel zeigt 1.
- (d) Mindestens einer der beiden Würfel zeigt eine 1 oder eine 6.

Welches Ereignis sollten Sie wählen um die größten Gewinnchancen zu haben?