

Dr. Lorenz A. Gilch

17. Januar 2018

- **Abgabeschluß:** Dienstag 16.01.2018, 14:00 Uhr
- **Präsentation in den Übungen:** Mittwoch 17.01.2018
- **Abgabeformat:** Sage3.zip / Aufgabe13.sws Aufgabe14.sws Aufgabe15.sws

13. **Rekursive Funktionen I** (3 Punkte)

Implementiere in Sage eine Funktion `catalan(n)`, die die rekursiv definierten Zahlen

$$c_0 = 1, \quad c_n = \sum_{k=0}^{n-1} c_k c_{n-1-k}$$

berechnet. Dabei soll die Funktion möglichst effektiv programmiert werden unter Zuhilfenahme des Cache-Speichers.

14. **Rekursive Funktionen II** (3 Punkte) Die *Čebyšëvpolynome*¹ 1. Art $P_n(x)$, $n \in \mathbb{N}_0$, sind rekursiv definiert durch $P_0(x) = 1$, $P_1(x) = x$ und die Beziehung

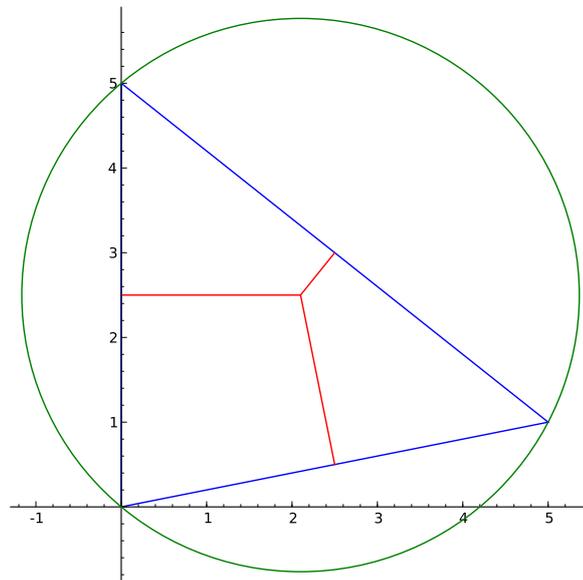
$$2xP_n(x) = P_{n+1}(x) + P_{n-1}(x)$$

Implementiere eine rekursive Funktion für die Čebyšëvpolynome und zeichne die Graphen von $P_n(x)$ für $0 \leq n \leq 10$ in verschiedenen Farben auf dem Intervall $[-1.5, 1.5]$ in einem gemeinsamen Bild.

¹ П.Л.Чебышёв (1821-1894), P.L. Tschebyschow, Synonyme: Tschebyschew, Tschebischeff, Tchebychev, Chebyshev,...

15. **Trigonometrie in der Ebene** (4 Punkte)

Implementiere in **Sage** eine Funktion `umkreis(A, B, C)`, die aus drei gegebenen Punkten A, B, C den Umkreismittelpunkt des aufgespannten Dreiecks berechnet und das Dreieck samt Streckensymmetralen und Umkreis zeichnet, in etwa wie im folgenden Bild:



Hinweise:

- Es genügt den Fall zu betrachten, daß die Punkte A, B und C ein echtes Dreieck (also nicht alle Punkte befinden sich auf einer Geraden) aufspannen. Freiwillige Bonusfrage: wie müßte man es überprüfen und implementieren, daß die drei Punkte tatsächlich ein echtes Dreieck aufspannen?
- *Mögliche hilfreiche Funktionen:* `vector`, `norm`, `line`, `circle`, `point`