Computermathematik – Übung Sage 2

- **Abgabeschluss:** Di 16. 12. um 23:59
- **Präsentation:** Mi 17. 12. in der Übungsgruppe
- **Abgabeformat:** `.sws` mit Worksheet-Namen `BspX_Nachname_Vorname` ($\texttt{X} \in \{\texttt{11}, \texttt{12}, \texttt{B5}\}$)

Aufgabe 11 – Kurvendiskussion (4 Punkte)

Wähle eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ (zum Beispiel vom Analysis-Übungsblatt 8 oder 9) und untersuche Eigenschaften wie beispielsweise

- Ableitungen, Steigung
- Integral, Fläche
- Grenzwerte und Verhalten am Rand des Definitionsbereichs ($\pm\infty$, Polstellen)
- Nullstellen, Extremstellen, Wendepunkte
- Funktionsplot (interessanter Ausschnitt mit eingezeichneten wichtigen Punkten)

Sind einige Eigenschaften für deine Funktion f nicht sinnvoll oder schwer berechenbar?

Aufgabe 12 – Polygone rotieren (4 Punkte)

Erstelle eine Funktion, die einen Punkt (Vektor) $P = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ in der Ebene um einen Winkel α (in Radiant) rotiert (gegen den Uhrzeigersinn, um den Nullpunkt). Benutze diese Punkt-Rotation, um ganze Polygone zu drehen. Ein Polygon (Vieleck) besteht aus einer Liste von Punkten, die durch Linien miteinander verbunden sind. Das ganze Polygon wird gedreht, indem jeder einzelne Punkt der Liste rotiert wird (die Reihenfolge der Punkte in der Liste bleibt gleich). Teste die Funktion für eine Grafik aus mehreren Polygonen. Stelle Original und Rotation gemeinsam in einem Plot dar (Hint: `polygon()`, siehe Abbildung 1).

Implementiere eine der folgenden beiden Varianten zur Berechnung der Drehung:

- Variante 1, via komplexe Zahlen: Wandle den Vektor $P = (x, y)$ in eine komplexe Zahl $z = x + iy$ um und multipliziere diese mit $\mathrm{e}^{i \cdot \alpha}$. Das Ergebnis ist wieder eine komplexe Zahl z', deren Real- und Imaginärteil die Koordinaten des gedrehten Punktes P' ergeben (Hint: `real()`, `imag()`). Beispiel mit $P = (2, 1)$ und $\alpha = \frac{\pi}{2}$:

  $$P = (2,1) \quad \to \quad z = 2+1\cdot i \quad \to \quad z' = e^{i\frac{\pi}{2}} \cdot (2+1\cdot i) = -1+2\cdot i \quad \to \quad P' = (-1, 2).$$
- Variante 2, via Drehmatrix: Multipliziere den Vektor mit einer Rotations-Matrix:

  $$P' = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \cdot P.$$

Bonus – Nützliche Kurvendiskussion (2 Bonuspunkte)

Wähle in Aufgabe 11 eine Funktion „mit Bedeutung“, d.h. aus einer praktischen Anwendung (z.B. Physik, Geometrie, Statistik, Elektrotechnik, Kombinatorik, ...). Beschreibe im Worksheet (mit HTML, einfügbar unter „Edit“) kurz Bedeutung bzw. Interpretation der einzelnen Ergebnisse. Zeichne relevante Ergebnisse (z.B. bestimmte Schnittpunkte, Tangenten, Flächen, ...) im Plot ein.

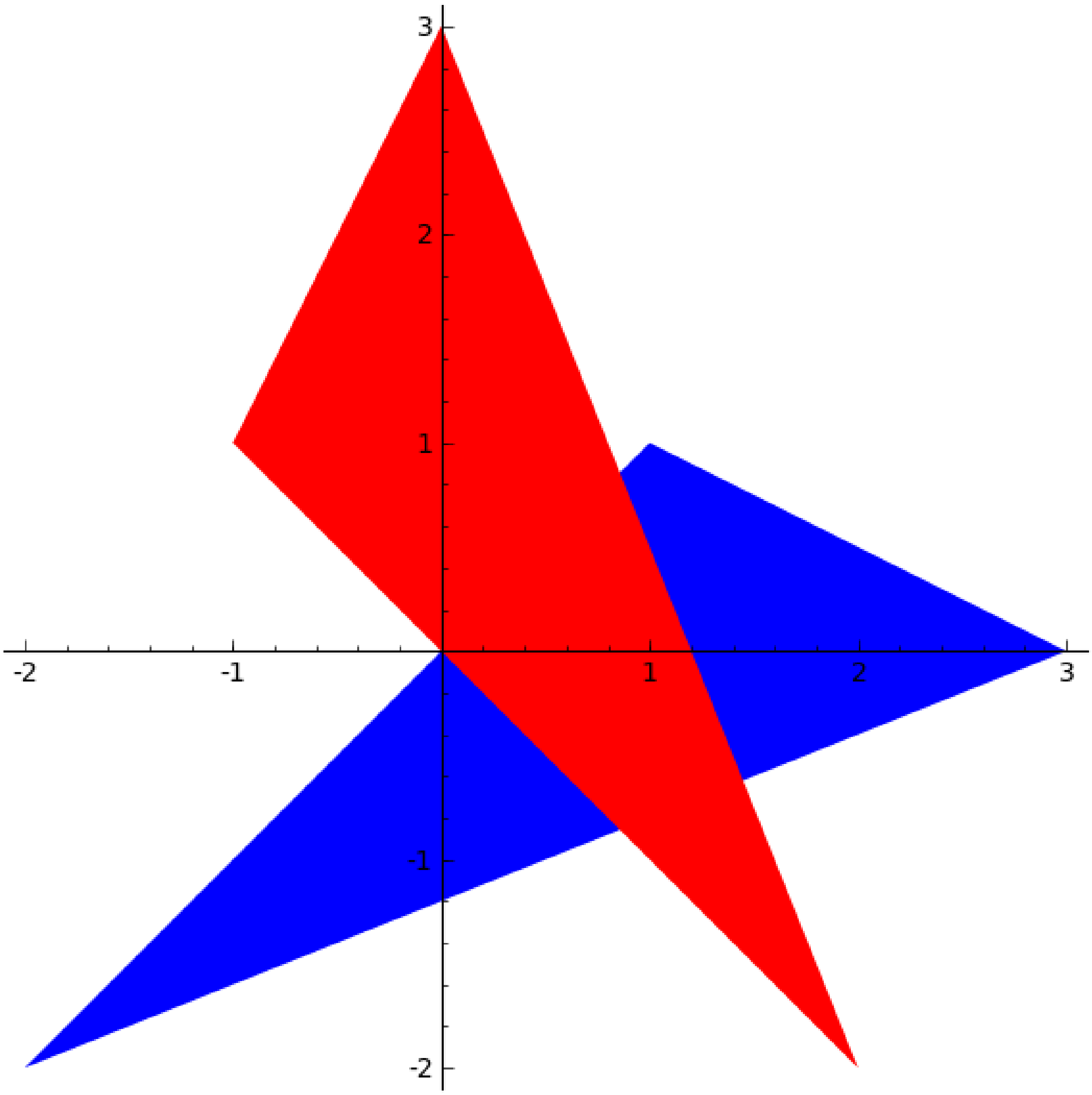

Abbildung 1: Drehung des blauen Polygons $L = [(3,0),(1,1),(-2,-2)]$ um den Winkel $\alpha = \frac{\pi}{2}$.