

## Computermathematik – Übung Sage 3

- **Abgabeschluss:** Di 13.01. um 23:59
- **Präsentation:** Mi 14.01. in der Übungsgruppe
- **Abgabeformat:** .sws mit Worksheet-Namen BspX\_Nachname\_Vorname ( $X \in \{13, 14, B6\}$ )

### Aufgabe 13 – Approximation des Goldenen Schnitts (4 Punkte)

Der goldene Schnitt  $\phi \approx 1.618$  ist eine Zahl, die (in Form des Verhältnisses  $\phi : 1$ ) eine wichtige Rolle in der Ästhetik und Architektur spielt, aber auch in der Natur wiederzufinden ist. Die Zahl ist irrational, kann aber mittels der Fibonacci-Folge  $F_n$  angenähert werden, denn

$$\phi = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{F_{n+1}}{F_n}.$$

Zur Erinnerung:  $F_n$  ist rekursiv definiert als  $F_1 = F_2 = 1$  und  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$  für  $n \geq 3$ .

Erstelle einen Generator, der die Approximation  $F_{n+1}/F_n$  für aufsteigende  $n$  zurückgibt (indem er iterativ die entsprechenden Fibonacci-Zahlen berechnet). Der Generator soll auch einen Parameter für eine sinnvolle Abbruchbedingung anbieten, beispielsweise eine maximale Iterationszahl.

Nutze diesen Generator, um das Konvergenzverhalten der Approximation bildlich zu veranschaulichen, etwa durch einen Plot der Approximationswerte ( $x$ -Achse:  $n$ ,  $y$ -Achse:  $F_{n+1}/F_n$ ).

### Aufgabe 14 – Lineare Algebra (4 Punkte)

Löse zwei der folgenden Aufgaben aus dem Tutorium von „Numerisches Rechnen und Lineare Algebra“<sup>1</sup> in Sage:

- 9 (Gleichungssysteme; löse zusätzlich 9c mit  $b = (5, 0, 2, 3)$  auf der rechten Seite)
- 12 (Gleichungssystem mit Parameter; Hint: Zeilenumformungen einzeln ausführen statt `solve_right`)
- 15 (Matrix-Inverse; einmal die Zeilenumformungen einzeln ausführen und einmal eingebaute Funktion verwenden und Ergebnis prüfen)
- 21 (Lineare Unabhängigkeit)
- 33 (Lineare Abbildungen; Hint: einfacher ohne Verwendung von `linear_transformation`)
- 39 (Lineare Abbildungen)
- 41+43 (Gram-Schmidt und QR-Zerlegung; es dürfen die fertigen eingebauten Funktionen verwendet werden. Führe eine Probe der Ergebnisse durch.)
- 47 (Eigenvektoren, Diagonalisierbarkeit)

### Bonus – Numerische Lösungsverfahren (2 Bonuspunkte)

Löse das Tutoriums-Beispiel 49 (Jacobi-Iteration und Gauß-Seidel-Iteration). Implementiere dazu selbst die Iterationsvorschrift, und gib die Zwischenergebnisse nach jedem Iterationsschritt aus.

---

<sup>1</sup>[http://opt.math.tu-graz.ac.at/~berglez/index.php?action=LV\\_Winter&submenu=1#Numerisches%20Rechnen%20und%20Lineare%20Algebra](http://opt.math.tu-graz.ac.at/~berglez/index.php?action=LV_Winter&submenu=1#Numerisches%20Rechnen%20und%20Lineare%20Algebra)