

Computermathematik – Übung Sage5

- **Abgabeschluss:** Di 22.01.2019 um 14:00
- **Präsentation:** Mi 23.01.2019
- **Abgabeformat:** Sage5.zip / Aufgabe16.sws, Aufgabe17.sws.

Aufgabe 16 – Interpolation (4 Punkte)

Gegeben ein Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ und eine Liste $\xi_0 < \xi_1 < \dots < \xi_n \in \mathbb{R}$ gibt es ein eindeutiges Polynom $p(x)$ vom Grad n sodaß $p(\xi_i) = f(\xi_i) =: \eta_i$ für alle i .

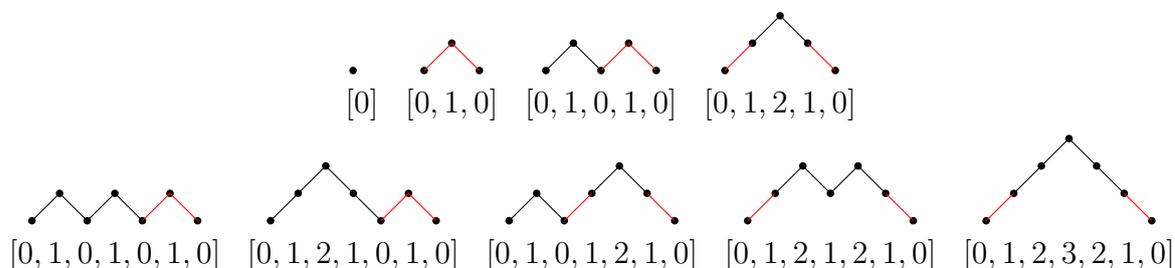
– Schreibe eine Funktion `interpol(xx, yy)`, die dieses Polynom für gegebene Werte `xx = [\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_n]` und `yy = [\eta_0, \eta_1, \dots, \eta_n]` berechnet.

– Berechne Beispiele und vergleiche die Resultat (`plot`) für verschiedene Funktionen wie $f(x) = \sin(x)$, $f(x) = |x|$ etc., auf dem Intervall $[-1, 1]$. Wird die Näherung besser wenn man die Anzahl der Stützstellen vergrößert?

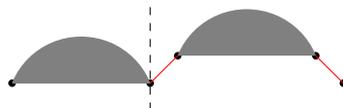
Aufgabe 17 – Pfade in der Ebene (4 Punkte)

Ein Teilchen bewegt sich im positiven Quadranten der natürlichen Zahlenebene $\mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0$. Es startet in $(0, 0)$ und Schritte der Form $(1, +1)$ oder $(1, -1)$ machen, wobei es den Quadranten nicht verlassen darf (d.h., die y -Koordinate darf nicht negativ werden).

- (a) Erstelle einen Generator `walk(n)`, der alle verschiedenen Wanderungen (als Liste von y -Koordinaten) der Länge $2n$ erzeugt, die in 0 starten und enden. Mit anderen Worten, eine Liste aller Zahlenfolgen $[y_0, y_1, \dots, y_n]$ mit $y_0 = y_n = 0$ wobei $|y_k - y_{k-1}| = 1$ für alle k . Für $n = 0, 1, 2, 3$ kann sehen die Pfade wie folgt aus:



Die roten Linien deuten an, wie ein rekursiver Generator vorgehen kann: Für $n \geq 1$ kann jeder Pfad eindeutig aus zwei Einzelpfaden der Länge k und $n-k$ zusammengesetzt werden,



sodaß der zweite Teil die x -Achse nur am Anfang und am Ende berührt (NB: Jeder der beiden grauen Bereiche kann auch Länge 0 haben, wie die obigen Beispiele zeigen).

- (b) Schreibe eine Funktion `drawpath(p)`, die eine Grafik eines Pfads p zeichnet.
- (c) Bestimme die Anzahl a_n der verschiedenen Pfade für kleine Werte von n und finde die erhaltene Zahlenfolge auf <https://oeis.org>