

Computermathematik

Sage 1

Franz Lehner

31. Oktober 2018

Indignum est excellentium virorum horas
servili calculandi labore perire
quia machina adhibita vilissimo cuique
secure transcribi possit.

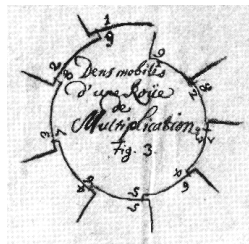
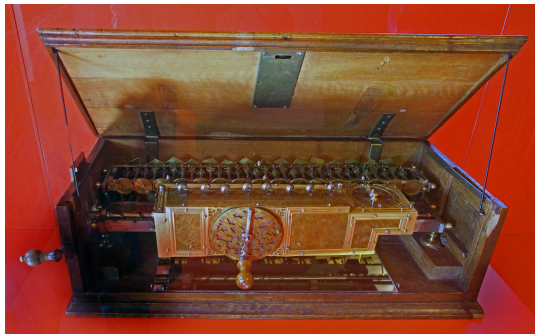
Es ist unwürdig, die Zeit von
hervorragenden Leuten mit knechtlichen
Rechenarbeiten zu verschwenden, weil
bei Einsatz einer Maschine auch der
Einfältigste die Ergebnisse sicher
hinschreiben kann.



Leibniz

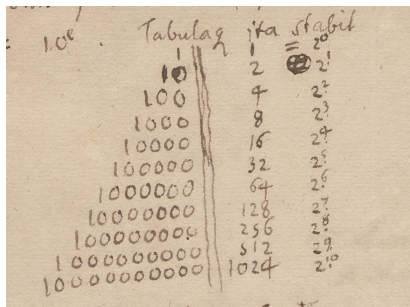
Gottfried Wilhelm Leibniz
(21.6.1646 – 14.11.1716)

Leibniz' Rechenmaschine (1690)



Hajotthu @ wikipedia

Dualsystem (1697)



A handwritten manuscript snippet on aged paper, titled 'Tabulag ita stabil' in the top right. The table consists of three columns. The first column contains powers of 2 from 1 to 1024, written in a compact, slanted script. The second column contains the corresponding decimal values from 1 to 1024, written in a similar script. The third column contains the powers of 2 from 2⁰ to 2¹⁰, written in a more standard script. The table is divided into two sections by a vertical line. The first section contains the first 10 rows, and the second section contains the remaining 10 rows. The handwriting is in dark ink, and the paper shows signs of age and wear.

10 ⁰	Tabulag	ita stabil
1	1	2 ⁰
10	2	2 ¹
100	4	2 ²
1000	8	2 ³
10000	16	2 ⁴
100000	32	2 ⁵
1000000	64	2 ⁶
10000000	128	2 ⁷
100000000	256	2 ⁸
1000000000	512	2 ⁹
10000000000	1024	2 ¹⁰

„Zu Beginn des ersten Tages war die 1, das heißt Gott. Zu Beginn des zweiten Tages die 2, denn Himmel und Erde wurden während des ersten geschaffen. Schließlich zu Beginn des siebenten Tages war schon alles da; deshalb ist der letzte Tag der vollkommenste und der Sabbat, denn an ihm ist alles geschaffen und erfüllt, und deshalb schreibt sich die 7 111, also ohne Null. Und nur wenn man die Zahlen bloß mit 0 und 1 schreibt, erkennt man die Vollkommenheit des siebenten Tages.“

Calculus (1676)

$$\int_a^b f(x) \, dx \qquad \frac{df}{dx}$$

Weitere Hinterlassenschaften: Von Akademien...

- ▶ Gründung von Akademien (Berlin, ~~Wien~~, St. Petersburg)
- ▶ Erste wissenschaftliche Zeitschrift in im deutschsprachigen Raum (*Acta Eruditorum*)
- ▶ Beweis für das Unbewußte des Menschen
- ▶ Entwicklung der Endloskette zur Erzförderung im Bergbau
- ▶ Begründung der modernen Sprachwissenschaft
- ▶ Begründung der Geschichtswissenschaft (Stammbaum seines Arbeitgebers)
- ▶ usw. (15000 Briefe, 100000 Notizzettel, bisher 59 Bände herausgegeben, geplantes Ende: 2055)

... bis Leibniz-Cakes

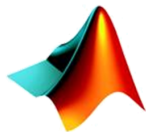


Bahlsen (Hannover 1991): “Butter-Cakes” (Später *Keks*, Duden 1911), benannt nach G.W. Leibniz, der seinerzeit nach einem haltbaren Produkt zur Verpflegung der Soldaten gesucht hatte und auf Zwieback gestoßen war.

Lösen von mathematischen Aufgaben am Computer

- ▶ “Rechner”
- ▶ numerisch rechnen
- ▶ symbolisch rechnen, abstrahieren, Gleichungen lösen, beweisen
- ▶ experimentieren, testen, zählen, simulieren

Computer-Algebra-Systeme



MATLAB®



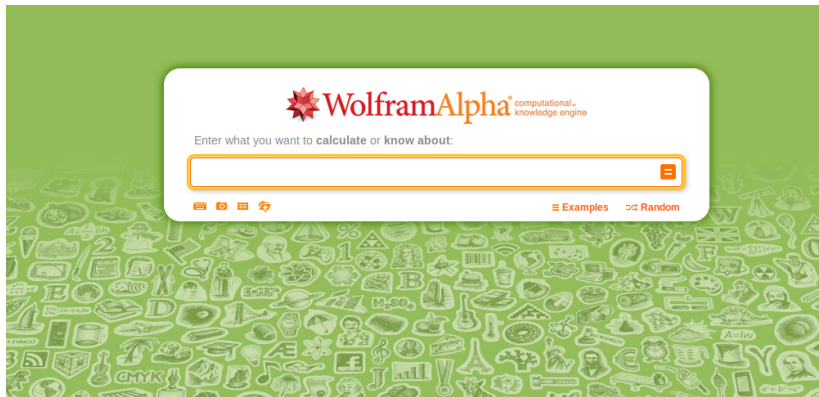
Wolfram *Mathematica*®8

FriCAS

maxima



Für schnelle Rechnungen



<http://www.wolframalpha.com/examples>

You can read Sylow's Theorem and its proof in Huppert's book in the library without even buying the book and then you can use Sylow's Theorem for the rest of your life free of charge, but [...] for many computer algebra systems license fees have to be paid regularly for the total time of their use.

In order to protect what you pay for, you do not get the source, but only an executable, i.e., a **black box**.

You can press buttons and you get answers in the same way as you get the bright pictures from your **television** set but you cannot control how they were made in either case.

With this situation two of the most basic rules of conduct in mathematics are violated.

- ▶ In mathematics information is passed on free of charge and everything is laid open for checking.
- ▶ Not applying these rules to computer algebra systems that are made for mathematical research [...] means moving in a most undesirable direction.
- ▶ Most important: Can we expect somebody to believe a result of a program that he is not allowed to see? [...]
- ▶ And even: If O'Nan and Scott would have to pay a license fee for using an implementation of their ideas about primitive groups, should not they in turn be entitled to charge a license fee for using their ideas in the implementation?

Joachim Neubüser, founder of GAP (1993)

Sage

- ▶ Computer-Algebra-System
- ▶ frei & open source
- ▶ einheitliche Schnittstelle zu vielen spezialisierten Bibliotheken
freie und proprietäre
- ▶ numerisch und symbolisch rechnen, 2D- und 3D-Plots,
viele Spezialfunktionen für Algebra, Lineare Algebra,
Zahlentheorie, Statistik, Optimierung, Kryptographie, ...
- ▶ Programmiersprache $\approx$ Python
- ▶ versteht sich ganz gut mit $\text{\LaTeX}$

Sage verwenden

- ▶ Online

`https://sage.tugraz.at` (mit TUGRAZonline-Passwort)

- ▶ lokal installieren (Linux, Mac, Windows)

`http://www.sagemath.org/download-linux.html`

`http://www.sagemath.org/download-mac.html`

`https://github.com/sagemath/sage-windows/releases`

- ▶ starten: $\left\{ \begin{array}{l} \text{sage für interaktives Konsoleninterface} \\ \text{sage --notebook sagenb für Web-Interface} \\ \text{Scripts} \end{array} \right.$

- ▶ Python-Bibliothek

`from sage.all import *`