Aufgabe 1. Beweise durch vollständige Induktion die folgende Formel für die Summe der ersten n Quadrate:

$$\sum_{k=1}^n k(k-1) = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}.$$

(3 P.)

Aufgabe 2. Finde mithilfe des euklidischen Algorithmus für die folgenden Zahlenpaare (m, n) den größten gemeinsamen Teiler d und Zahlen a und b , sodaß $am + bn = d$.

(a) (231, 142)

(b) (429, 2017)

(je 2 P.)

Aufgabe 3. Seien $m, n \in \mathbb{N}$, sodaß $\text{ggT}(m, n) = 1$. Zeige, daß $\text{ggT}(m+n, m-n) = 1$ oder 2. (2 P.)

Aufgabe 4. Seien m und n ganze Zahlen. Zeige: wenn ganze Zahlen a und b existieren mit $am + bn = 1$, dann ist $\text{ggT}(m, n) = 1$. (3 P.)

Aufgabe 5. Sei F_n die Folge der Fibonacci-Zahlen, gegeben durch die Rekursion

$$F_0 = F_1 = 1 \quad F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$$

Zeige, daß $\text{ggT}(F_n, F_{n+1}) = 1$ für jedes n (Induktion). (2 P.)