

Aufgabe 6. Zeige durch vollständige Induktion, daß für jede natürliche Zahl n die Zahl

$$3^{2n-1} + 2^{2n-1}$$

durch 5 teilbar ist.

(3P.)

Aufgabe 7. Zeige, daß mit der Primfaktorzerlegung $n = \prod_{p \in \mathbb{P}} p^{\nu_n(p)}$ gilt

$$\text{ggT}(m, n) = \prod_{p \in \mathbb{P}} p^{\min(\nu_m(p), \nu_n(p))}.$$

Überprüfe dies anhand der Beispiele aus Übung 2.

(3P.)

Aufgabe 8. Bestimme alle $m, n \in \mathbb{N}$ sodaß $\text{ggT}(m, n) = 36$ and $\text{kgV}(m, n) = 360$. (2P.)

Aufgabe 9. Untersuche, welche der folgenden Relationen die Eigenschaften Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie, Transitivität, Äquivalenzrelation oder Halbordnungsrelation erfüllen und bestimme ggf. die Äquivalenzklassen.

(a) $X = \{a, b, c\}$, $R = \{(a, a), (b, b), (b, c), (c, b), (c, c)\}$.

(b) $X = \{a, b, c, d\}$, R entsprechend der folgenden Tabelle:

	a	b	c	d
a	×	×	×	×
b		×		
c			×	
d		×	×	×

(c) $X = \mathbb{C}$, $z_1 R z_2 \iff \text{Im } z_1 \leq \text{Im } z_2$.

(d) $X = \mathbb{N}$, $m R n \iff 3 \mid (m - n)n$

(e) $X = \mathbb{N}$, $m R n \iff m \mid n$

(f) $X = \mathbb{N}$, $m R n \iff m - n = 5$

(je 2P.)

Aufgabe 10. Sei $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Bilde die kleinste Äquivalenzrelation auf A , die die Elemente $(1, 3)$ und $(4, 3)$ enthält.

(3P.)