

**Aufgabe 11.** Zeige, daß die folgenden Relationen Äquivalenzrelationen sind und bestimme die Äquivalenzklassen.

(a)  $X = \mathbb{R}^2$ ,

$$(x, y) \sim (u, v) : \iff x - y = u - v$$

(b)  $X = \mathbb{R}$ ,

$$x \sim y : \iff x - y \in \mathbb{Z}$$

(2+2 P.)

**Aufgabe 12.** Für die *Internationale Standardbuchnummer* gibt es zwei Standards.

1. Die alte ISBN-10 hat 10 Ziffern,

$$x_1 x_2 x_3 \cdots x_{10},$$

wobei  $x_1, x_2, \dots, x_9 \in \{0, 1, \dots, 9\}$  und  $x_{10} \in \{0, 1, \dots, 9\} \cup \{X\}$  wobei das Symbol  $X$  für den Wert 10 steht und die letzte Ziffer  $x_{10}$  eine Prüfziffer ist, sodaß

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \cdots + 9x_9 + 10x_{10} \equiv 0 \pmod{11}$$

Beispiel: 3540257829

2. Die neue ISBN-13 hat 13 Ziffern,

$$z_1 z_2 z_3 z_4 \cdots z_{13},$$

wobei  $z_i \in \{0, 1, \dots, 9\}$  und der Präfix  $z_1 z_2 z_3$  entweder 978 oder 979 ist und die letzte Ziffer  $z_{13}$  eine Prüfziffer ist, die so gewählt wird, daß

$$z_1 + 3z_2 + z_3 + 3z_4 + \cdots + z_{11} + 3z_{12} + z_{13} \equiv 0 \pmod{10}$$

(gerade Stellen mit 3 multiplizieren) z.B. entspricht die obige ISBN-10 im neuen Standard der Nummer 978-3540257820.

(a) Berechne die Prüfziffern der folgenden unvollständigen ISBN

978-3-642-37971

364254273

(b) Erkläre, warum auch die Regel

$$10x_1 + 9x_2 + 8x_3 + \cdots + 2x_9 + x_{10} \equiv 0 \pmod{11}$$

für die Überprüfung einer ISBN-10 verwendet werden kann.

(2+2 P.)

**Aufgabe 13.** Für welche  $n \in \mathbb{N}$  ist  $43 \equiv 1 \pmod{n}$ ?

(2P.)

**Aufgabe 14.** Bestimme  $[12]_{91}^{-1}$ .

(2P.)

**Aufgabe 15.** Bestimme alle Lösungen  $x \in \mathbb{Z}$  der Gleichungen

(a)  $15x \equiv 5 \pmod{25}$

(b)  $15x \equiv 6 \pmod{25}$

(3P.)