

Aufgabe 16. Bestimme alle Lösungen $(x, y) \in \mathbb{Z}^2$ des Gleichungssystems

$$6x + 3y \equiv 9 \pmod{m}$$

$$5x + 6y \equiv -3 \pmod{m}$$

für

(a) $m = 7$

(b) $m = 11$

Hinweis: Lineares Gleichungssystem über \mathbb{Z}_m lösen!

(3P.)

Aufgabe 17. Bestimme alle Lösungen der diophantischen Gleichung

$$45x - 105y = 75$$

(2P.)

Aufgabe 18. Löse das Kongruenzgleichungssystem

$$x \equiv 1 \pmod{5}$$

$$x \equiv 2 \pmod{7}$$

$$x \equiv 3 \pmod{8}$$

$$x \equiv 4 \pmod{9}$$

(3P.)

Aufgabe 19. Löse, wenn möglich, die folgenden Kongruenzgleichungssysteme

$$x \equiv 2 \pmod{3}$$

$$x \equiv 1 \pmod{5}$$

(a) $x \equiv 2 \pmod{9}$

(b) $x \equiv 3 \pmod{9}$

$$x \equiv 1 \pmod{10}$$

$$x \equiv 2 \pmod{10}$$

(3P.)

Aufgabe 20. Seien $m, n \in \mathbb{N}$. Zeige: Wenn für zwei Zahlen $a, b \in \mathbb{Z}$ gilt: $a \equiv b \pmod{m}$ und $a \equiv b \pmod{n}$, dann gilt auch $a \equiv b \pmod{\text{kgV}(m, n)}$.

(4P.)