Aufgabe 43. Bestimme die Menge der Folgerungen, die aus der Prämissenmenge

$$\begin{aligned} P_1 &:\iff A \to (B \to C) \\ P_2 &:\iff A \lor ((B \land C) \lor (\neg B \land \neg C)) \\ P_3 &:\iff B \to C \end{aligned}$$

hergeleitet werden können. (3P.)

Aufgabe 44. Entscheide mittels Resolutionskalkül, ob die folgenden Aussageformen erfüllbar sind und bestimme alle gültigen Belegungen.

(a) $(A_3 \lor \neg A_4) \land (A_1 \lor A_2) \land (\neg A_2 \lor \neg A_3) \land (\neg A_1 \lor A_2) \land (\neg A_2 \lor A_3 \lor A_4)$

(b) $(A_3 \to (A_1 \lor A_2)) \land (A_3 \lor A_4) \land (A_1 \to A_4) \land (A_2 \to A_1) \land (\neg A_2 \lor \neg A_4)$

(3+3P.)

Aufgabe 45. Bestimme alle paarweise nicht-äquivalenten Aussageformen (d.h., Wahrheitstafeln), die aus den Variablen A und B sowie dem Junktor $\to$ (Implikation) aufgebaut werden können. (3P.)

Aufgabe 46. Sei $\mathcal{L}$ die Sprache der Logik. Eine Teilmenge $\mathcal{L}' \subseteq \mathcal{L}$ heißt *vollständig*, wenn jede Formel aus $\mathcal{L}$ zu einer Formel aus $\mathcal{L}'$ äquivalent ist.
Zu einer Menge $\mathcal{J}$ von Junktoren bezeichne $\mathcal{L}_{\mathcal{J}}$ die Menge aller Formeln, die nur unter Verwendung der Junktoren aus $\mathcal{J}$ aufgebaut werden können.
Zeige:
(a) $\mathcal{L}_{\{|\}}$ ist vollständig, wobei $A \mid B :\iff \neg(A \land B)$ (Schefferscher Strich).
(b) $\mathcal{L}_{\{\neg,\to\}}$ ist vollständig. (3+3P.)

Aufgabe 47. In der Fuzzy-Logik werden nicht nur die Wahrheitswerte 0 und 1, sondern beliebige Werte im Intervall $[0,1]$ zugelassen. Eine Belegung ist daher eine Funktion $\beta : \mathcal{V} \to [0,1]$; die logischen Operationen sind wie folgt definiert:

$$\beta(\neg A) = 1 - \beta(A) \qquad \beta(A \land B) = \min(a,b) \qquad \beta(A \lor B) = \max(a,b)$$

Zeige, daß die Regeln von de Morgan

$$\neg(A \land B) \iff (\neg A) \lor (\neg B) \qquad \neg(A \lor B) \iff (\neg A) \land (\neg B)$$

auch für die Fuzzy-Logik gelten, d.h., das links und rechts jeweils das gleiche Ergebnis herauskommt.

(3P.)