

Aufgabe 53. Zeige, daß in einem ungerichteten Graphen G die Relation

$$x R y \iff \exists \text{Weg von } x \text{ nach } y$$

eine Äquivalenzrelation ist. Welche Relation erhält man, wenn man “Weg” durch “Pfad” ersetzt? (3P.)

Aufgabe 54. Bei einem Familientreffen nehmen 16 Herren und eine unbekannte Anzahl Damen teil. Bei der Begrüßung schüttelt jeder der Herren je 5 Damen die Hände und umgekehrt schüttelt jede Dame je 8 Herren die Hand. Wieviele Damen nehmen an dem Treffen teil? (2P.)

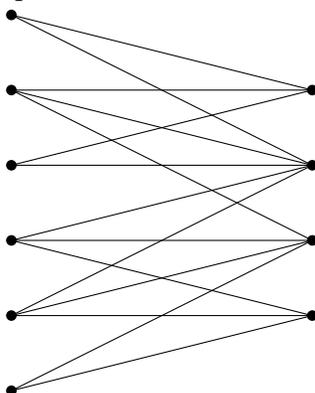
Aufgabe 55. Ein Dominospiel besteht aus Spielsteinen mit allen möglichen (ungeordneten) Kombinationen von zwei Symbolen aus einer gegebenen Symbolmenge. Ist es möglich, alle Dominosteine gemäß den Dominoregeln in einem Kreis anzuordnen, wenn

(a) Die Symbole $\square, \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}, \dots, \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ erlaubt sind?

(b) Die Symbole $\begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \end{array}, \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}, \dots, \begin{array}{|c|} \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \cdot \\ \hline \end{array}$ erlaubt sind?

(3P.)

Aufgabe 56. Zeige, daß der Graph



keinen Hamiltonschen Kreis besitzt. (3P.)

Aufgabe 57. Die Gradfolge eines Graphen ist die Folge der Grade der einzelnen Knoten in absteigender Ordnung.

(a) Bestimme alle möglichen Gradfolgen eines Graphen mit vier Knoten (nicht-zusammenhängende Graphen miteingeschlossen).

(b) Ist es möglich, Graphen (ohne Schleifen und Mehrfachkanten) mit den folgenden Gradfolgen zu konstruieren?

(i) $(3, 3, 3, 3)$

(ii) $(4, 3, 2, 1)$

(iii) $(3, 3, 3, 2, 1)$

(iv) $(1, 1, 1, 1, 1)$

(c) Finde zwei zueinander nicht isomorphe Graphen mit der Gradfolge $(3, 3, 3, 3, 2, 2)$.

(d) Zeige, daß die Gradfolge eines Graphen nicht aus lauter verschiedenen Zahlen bestehen kann, d.h., in jedem Graphen haben mindestens zwei Knoten den gleichen Grad.

NB: Schleifen sind nicht erlaubt.

(je 2P.)