

Aufgabe 6. Löse Aufgabe 3 noch einmal mit dem Rechenschema aus der Vorlesung (Nr. (2.7) im Skriptum).

Zusatzaufgabe. Finde (mit dem Computer) die kleinste Zahl $n \in \mathbb{N}$, für die $n^2 + n + 41$ keine Primzahl ist.

Aufgabe 7. Sei F_n die Folge der Fibonacci-Zahlen, gegeben durch die Rekursion

$$F_0 = F_1 = 1 \quad F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$$

Zeige, daß $\text{ggT}(F_n, F_{n+1}) = 1$ für jedes n (Induktion).

Zusatzaufgabe. Bestimme den Kettenbruch der Zahl

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Aufgabe 8. Untersuche, welche der folgenden Relationen die Eigenschaften Reflexivität, Symmetrie, Antisymmetrie, Transitivität, Äquivalenzrelation oder Halbordnungsrelation erfüllen.

(a) $X = \{a, b, c\}$, $R = \{(a, a), (a, c), (c, c)\}$.

(b) $X = \{a, b, c, d\}$, R entsprechend der folgenden Tabelle:

	a	b	c	d
a	×	×	×	×
b		×		
c			×	
d		×	×	×

(c) $X = \mathbb{R}^2$, $(x_1, x_2)R(y_1, y_2) \iff y_1 \leq y_2$.

(d) $X = \mathbb{N}$, $mRn \iff 3 \mid (m - n)n$

(e) $X = \mathbb{N}$, $mRn \iff m \mid n$

(f) $X = \mathbb{N}$, $mRn \iff \text{ggT}(m, n) = 5$

(g) X eine beliebige Menge, Relation $xRy \iff x = y$.

(h) X eine beliebige Menge, Relation $xRy \iff x \neq y$.

Aufgabe 9. Sei $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Bilde die kleinste Äquivalenzrelation auf A , die die Elemente $(1, 3)$ und $(4, 3)$ enthält.