

**Aufgabe 45.** Bestimme die Menge der Folgerungen, die aus der Prämissenmenge

$$P_1 : \iff A \rightarrow (B \rightarrow C)$$

$$P_2 : \iff A \vee ((B \wedge C) \vee (\neg B \wedge \neg C))$$

$$P_3 : \iff B \rightarrow C$$

hergeleitet werden können.

**Aufgabe 46.** Bestimme eine möglichst kurze

(a) KNF      (b) DNF

der logischen Aussageform

$$((A \rightarrow B) \wedge (C \leftrightarrow D)) \rightarrow (A \vee E).$$

**Aufgabe 47.** Sei  $\mathcal{L}$  die Sprache der Logik. Eine Teilmenge  $\mathcal{L}' \subseteq \mathcal{L}$  heißt *vollständig*, wenn jede Formel aus  $\mathcal{L}$  zu einer Formel aus  $\mathcal{L}'$  äquivalent ist.

Zu einer Menge  $\mathcal{J}$  von Junktoren bezeichne  $\mathcal{L}_{\mathcal{J}}$  die Menge aller Formeln, die nur unter Verwendung der Junktoren aus  $\mathcal{J}$  aufgebaut werden können.

Zeige:

(a)  $\mathcal{L}_{\{\mid\}}$  ist vollständig, wobei  $A \mid B : \iff \neg(A \wedge B)$  (Schefferscher Strich).

(b)  $\mathcal{L}_{\{\neg, \rightarrow\}}$  ist vollständig.

(c)  $\mathcal{L}_{\{\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow\}}$  ist nicht vollständig.

*Hinweis:* Zeige, dass  $\neg A$  nicht darstellbar ist; dies ist äquivalent dazu, dass keine Kontradiktion in der Sprache enthalten ist: wenn  $b(A_i) = W$ , dann ist  $\forall P \in \mathcal{L} \bar{b}(P) = W$ .

**Aufgabe 48.** Gegeben seien folgende Prädikate

$V(x)$ :  $x$  ist ein Vogel

$D(x)$ :  $x$  ist ein Drache

$T(x)$ :  $x$  ist ein Tier

$f(x)$ :  $x$  kann fliegen

$s(x)$ :  $x$  kann Feuer spucken

$g(x)$ :  $x$  ist glücklich

$l(x, y)$ :  $x$  wird von  $y$  geliebt

Drücke folgende Feststellungen in Prädikatenlogik bzw. Umgangssprache aus:

(a)  $\forall x ((T(x) \wedge f(x) \wedge \neg V(x)) \rightarrow D(x))$

(b)  $\exists x \forall y ((T(x) \wedge f(x) \wedge s(x) \wedge l(x, y)) \rightarrow D(y))$

(c) Alle Tiere, die fliegen können und keine Drachen sind, werden von einigen Vögeln geliebt.

(d) Jeder Vogel ist glücklich, wenn ein von ihm geliebtes fliegendes Tier kein Feuer spuckt.