

Aufgabe 54. Löse die Rekursionsgleichung

$$a_n - 2a_{n-1} - 8a_{n-2} = 3^n, \quad n \geq 2,$$

mit den Anfangswerten $a_0 = 1$ und $a_1 = 5$.

Aufgabe 55. (a) Berechne geschlossene Formeln für die erzeugenden Funktionen

$$\sum_{n=0}^{\infty} nx^n \qquad \sum_{n=0}^{\infty} n^2 x^n$$

(b) Berechne die Reihenentwicklung der Funktion

$$\frac{1}{(1-x)^4}$$

Hinweis: Ableitungen der geometrischen Reihe betrachten!

Aufgabe 56. Berechne eine geschlossene Formel für die rekursiv gegebene Folge

$$a_n = a_{n-1} + n^2, \quad a_0 = 0.$$

Hinweis: Zunächst die erzeugende Funktion berechnen und dann mit Hilfe der vorhergehenden Aufgabe in eine Potenzreihe entwickeln.

Aufgabe 57. Die Gradfolge eines Graphen ist die Folge der Grade der einzelnen Knoten in absteigender Ordnung.

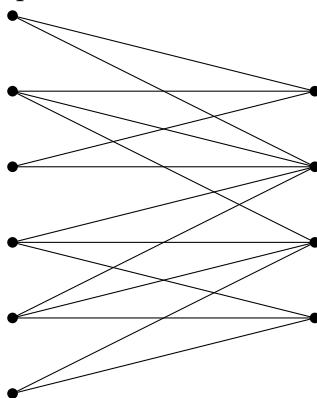
- (a) Bestimme alle möglichen Gradfolgen eines Graphen mit vier Knoten (nicht-zusammenhängende Graphen miteingeschlossen).
- (b) Ist es möglich, Graphen (ohne Schleifen und Mehrfachkanten) mit den folgenden Gradfolgen zu konstruieren?

- | | |
|-----------------------|----------------------|
| (i) (3, 3, 3, 3) | (ii) (4, 3, 2, 1) |
| (iii) (3, 3, 3, 2, 1) | (iv) (1, 1, 1, 1, 1) |

- (c) Finde zwei zueinander nicht isomorphe Graphen mit der Gradfolge (3, 3, 3, 3, 2, 2).
- (d) Zeige, daß die Gradfolge eines Graphen nicht aus lauter verschiedenen Zahlen bestehen kann, d.h., in jedem Graphen haben mindestens zwei Knoten den gleichen Grad.

NB: Schleifen sind nicht erlaubt.

Aufgabe 58. Zeige, daß der Graph



keinen Hamiltonschen Kreis besitzt.