

**Aufgabe 1.** Auf  $\mathbb{Z}$  sei die Relation

$$mRn \iff m \text{ und } n \text{ enthalten die gleichen Primteiler}$$

gegeben. Stelle fest (mit ausführlicher Begründung), ob die Eigenschaften

Reflexivität

Symmetrie

Antisymmetrie

Transitivität

erfüllt sind und ob es sich um eine Äquivalenzrelation oder Ordnungsrelation handelt.

**Aufgabe 2.** Löse das Kongruenzgleichungssystem

$$x \equiv 7 \pmod{9}$$

$$x \equiv 10 \pmod{11}$$

$$x \equiv 11 \pmod{16}$$

mithilfe des chinesischen Restsatzes – unter Verwendung des euklidischen Algorithmus und NICHT durch erraten.

Zusatzfrage: Welches ist die kleinste positive Lösung?

**Aufgabe 3.** Bestimme die multiplikative Inverse von 5 modulo 144, d.h.

$$[5]^{-1} \text{ in } \mathbb{Z}_{144}.$$

Wieviele Zahlen  $k \in \{1, 2, \dots, 143\}$  besitzen eine multiplikative Inverse modulo 144?

**Aufgabe 4.** Gegeben sei die Zahl  $m = 65$ . Welche der folgenden Werte für  $r$  sind als Verschlüsselungsschlüssel zulässig (Begründung!)?

Finde (für die zulässigen  $r$ ) den jeweiligen inversen Schlüssel  $s$ .

(a)  $r = 3$

(b)  $r = 25$

(c)  $r = 29$

**Aufgabe 5.** Bestimme  $n$ -KNF und  $n$ -DNF der logischen Aussageform

$$C \rightarrow (A \vee B)$$

**Aufgabe 6.** Zeige mit den Regeln des logischen Schließens (Skriptum (D.5.7); **ohne** Verwendung von Wahrheitstafeln) die logische Äquivalenz der Aussageformen

$$P : \iff (A \wedge B) \rightarrow (C \vee D) \qquad Q : \iff B \rightarrow (A \rightarrow (C \vee D))$$

**Aufgabe 7.** Bestimme einen geschlossenen Ausdruck für die erzeugende Potenzreihe  $A(x)$  der Folge  $a_n$ , gegeben durch die Rekursionsgleichung

$$a_n - a_{n-1} - 3a_{n-2} + (n+1)3^n = 0 \quad n \geq 2$$

mit den Anfangswerten  $a_0 = 1$  und  $a_1 = 1$ . (Partialbruchzerlegung und Reihenentwicklung ist **nicht** erforderlich).

**Aufgabe 8.** Gegeben sei der (ungerichtete) Graph  $G$  mit Knoten  $V(G) = \{1, 2, 3, 4\}$  und Kanten  $\{[1, 2], [1, 3], [1, 4], [2, 3], [3, 4]\}$ . Bestimme die Adjazenzmatrix und die Anzahl der Wege der Länge 8 vom Knoten 1 zum Knoten 2.