Lineare Algebra I, WS12/13
5. Aufgabenblatt, Termin: 7.11.2012

23. Zeigen Sie: Eine Gruppe G ist abelsch genau dann, wenn die Abbildung $f : G \to G$, $f(x) = x^{-1}$ (inverses Element zu x), ein Homomorphismus ist.

24. Seien $(G, \cdot)$, $(H, *)$ Gruppen und $\phi : G \to H$ ein Gruppenhomomorphismus. Zeigen Sie: ϕ ist ein Gruppenisomorphismus genau dann, wenn $H = \phi(G)$ und $\operatorname{Ker}\phi := \{x \in G \mid \phi(x) = e_H\} = \{e_G\}$.

25. Beweisen Sie: $(\mathbb{Z}/4\mathbb{Z}, +) \simeq ((\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}) \setminus \{\bar{0}\}, \cdot)$.

26. a) Gilt $((\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}) \setminus \{\bar{0}\}, \cdot) \simeq D$ (Gruppe der Drehungen um Vielfache von $\pi/2$)? Falls ja, geben Sie einen Gruppenisomorphismus an.
b) Gilt $((\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}) \setminus \{\bar{0}\}, \cdot) \simeq R$ (Gruppe der Deckbewegungen des Rechtecks)? Falls ja, geben Sie einen Gruppenisomorphismus an.

27. Seien $(G, \cdot)$, $(H, *)$ Gruppen und $\phi : G \to H$ ein Gruppenhomomorphismus. Zeigen Sie, daß $\operatorname{Ker}\phi$ eine Untergruppe von G und $\phi(G)$ eine Untergruppe von H ist.