

**Aufgabe 6.** Seien  $A$ ,  $B$  und  $C$  Mengen. Welche der folgenden Schlüsse sind zulässig?

- (a) Angenommen, alle Elemente von  $B$  sind Element von  $A$ , kein Element von  $C$  ist Element von  $B$ ; dann gilt: kein Element von  $C$  ist Element von  $A$ .
- (b) Angenommen, kein Element von  $B$  ist Element von  $A$ , alle Elemente von  $C$  sind Elemente von  $B$ ; dann gilt: kein Element von  $C$  ist Element von  $A$ .

**Aufgabe 7.** Formalisiere folgende Aussagen mittels Aussagenlogik.

- (a) Von  $A$ ,  $B$  und  $C$  gilt mindestens eines.
- (b) Von  $A$ ,  $B$  und  $C$  gilt genau eines.
- (c) Von  $A$ ,  $B$  und  $C$  gelten genau zwei.

**Aufgabe 8.** Zeige mit Hilfe von Wahrheitstafeln

- (a)  $A \vee (B \vee C) \iff (A \vee B) \vee C$
- (b)  $(A_1 \vee A_2) \rightarrow B \iff (A_1 \rightarrow B) \wedge (A_2 \rightarrow B)$

**Aufgabe 9.** Sei  $X$  eine nichtleere Menge,  $P(x)$  ein Prädikat und  $B$  eine Aussage. Zeige anhand eines Beispiels, daß die Aussagen

$$\left( \bigvee_{x \in X} P(x) \right) \rightarrow B \quad \text{und} \quad \bigvee_{x \in X} (P(x) \rightarrow B)$$

im Allgemeinen nicht äquivalent sind. Welche der beiden Aussagen ist stärker, d.h., impliziert die andere?

**Aufgabe 10.** Überprüfe, ob die folgenden Aussagen wahr sind:

- (a)  $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$ .
- (b)  $\{\emptyset\} \subseteq P(\{\emptyset, \{\{\}\}\})$ ,  $\{\emptyset\} \in P(\{\emptyset, \{\{\}\}\})$ .
- (c)  $M \in P(M)$ ,  $M \subseteq P(M)$ ,  $\{M\} \in P(M)$ ,  $\{M\} \subseteq P(M)$ .

**Aufgabe 11.** (a) Lies zur Einstimmung auf die kommenden Wochen den Monolog des Mephistopheles (Verse 1908–1941 aus Goethes *Faust I*).

- (b) Formalisiere die Verse 1928–1933 und bringe sie auf möglichst kompakte Form. Diese lauten:

*Der Philosoph, der tritt herein  
 Und beweist Euch, es müßt so sein:  
 Das Erst wär so, das Zweite so,  
 Und drum das Dritt' und Vierte so;  
 Und wenn das Erst' und Zweit' nicht wär,  
 Das Dritt' und Viert' wär nimmermehr.*