

**Aufgabe 1**

Seien

$$p = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right\} \quad \text{und} \quad q = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid x + 2y = 3 \right\}$$

zwei Geraden in  $\mathbb{R}^2$ . Bestimmen Sie

- reelle Zahlen  $a, b, c$ , sodass  $p = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \mid ax + by = c \right\}$ ,
- Vektoren  $v_0, v_1$  des Raumes  $\mathbb{R}^2$ , sodass  $q = \{v_0 + tv_1 \mid t \in \mathbb{R}\}$ ,
- den Schnitt der Geraden  $p$  und  $q$ .

**Aufgabe 2**

Seien

$$E_1 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - z = 1 \right\} \quad \text{und} \quad E_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \mid s, t \in \mathbb{R} \right\}$$

zwei Ebenen in  $\mathbb{R}^3$ . Bestimmen Sie den Schnitt  $E_1 \cap E_2$ .

**Aufgabe 3**

Begründen Sie, für welche Werte des Parameters  $\delta \in \mathbb{R}$  das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x + \delta y &= 1 \\ \delta x + y &= -1 \end{aligned}$$

in den Unbekannten  $x, y$  lösbar ist und bestimmen Sie ggf. die Lösungsmenge in  $\mathbb{R}$ .

**Aufgabe 4**

Seien  $a_1, a_2, a_3, a_4, a, b \in \mathbb{R}$ . Lösen Sie die folgenden Gleichungssysteme über  $\mathbb{R}$ :

|  |                             |          |
|--|-----------------------------|----------|
|  | $2x_1 - x_2$                | $= a$    |
|  | $-x_1 + 2x_2 - x_3$         | $= 0$    |
|  | $-x_2 + 2x_3 - x_4$         | $= 0$    |
|  |                             | $\vdots$ |
|  | $-x_{n-2} + 2x_{n-1} - x_n$ | $= 0$    |
|  | $-x_{n-1} + 2x_n$           | $= b$    |

  

|    |                         |    |
|----|-------------------------|----|
| a) | $x_1 + x_2 + x_3 = a_1$ |    |
|    | $x_1 + x_2 + x_4 = a_2$ | b) |
|    | $x_1 + x_3 + x_4 = a_3$ |    |
|    | $x_2 + x_3 + x_4 = a_4$ |    |

*Neben der Eliminierung von Unbekannten gibt es eine kurze Lösung für beide Gleichungssysteme (sehen Sie sich die Struktur der Gleichungen an!). Jede Lösung wird akzeptiert.*

**Aufgabe 5**

Erklären Sie, welche der folgenden Aussagen richtig und welche falsch sind, wobei  $\emptyset$  die leere Menge bezeichnet.

- |   |   |
|---|---|
| a) $\emptyset \subseteq M$ für jede Menge $M$       | g) $1 \in \{1, \{1\}\}$                   |
| b) $\emptyset \not\subseteq \mathbb{N}$             | h) $1 \subseteq \{1, \{1\}\}$             |
| c) $\emptyset \notin \mathbb{N}$                    | i) $\{1\} \in \{1, \{1\}\}$               |
| d) $\{2, 3, 7\} \subseteq \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$     | j) $\{1\} \subseteq \{1, \{1\}\}$         |
| e) $\{2, 3, 7\} \not\subseteq \{2, 4, 5, 6, 7\}$    | k) $\{\{1\}\} \in \{1, \{1\}\}$           |
| f) $\{2n : n \in \mathbb{Z}\} \subseteq \mathbb{N}$ | l) $\{\{1\}\} \not\subseteq \{1, \{1\}\}$ |