Lineare Algebra 1 (NAWI) – WS 2020/21

Übungsblatt 02 – 14.10.2020

Die Grundlagen für die Aufgaben 6 und 7 sind in Kapitel *1.2 Relationen* des Skriptums von Prof. Kappel zu finden, das auf der LV-Homepage verlinkt ist.

Aufgabe 6
Untersuchen Sie, ob die folgenden Relationen Äquivalenzrelationen sind und bestimmen Sie ggf. die Äquivalenzklassen.

(a) $X = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, wobei $(a,b)R(c,d) \iff ad = bc$.

(b) $X = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, wobei $(a,b)R(c,d) \iff ad = bc$.

Aufgabe 7
Sei $X = \{1,2,3,4,5,6\}$ und $S = \{(1,2),(3,2),(5,6)\} \subseteq X \times X$. Bestimmen Sie eine Äquivalenzrelation R auf X, sodass ihre zugehörige Menge $G_R = \{(a,b) \in X \times X \colon aRb\}$ die Menge S enthält und minimal ist.

Aufgabe 8
Sei X eine nichtleere Menge und Z eine Teilmenge der Potenzmenge $\mathcal{P}(X)$ mit $\emptyset \notin Z$. Wir nennen Z eine Partition von X, wenn $X = \bigcup_{A \in Z} A$ und $A \cap B = \emptyset$ für alle A, $B \in Z$ mit $A \neq B$ (vergleiche *Definition 1.11* im Skript von Prof. Kappel).
Zeigen Sie, dass Z genau dann eine Partition ist, wenn für jedes $x \in X$ ein eindeutiges $A \in Z$ existiert, sodass $x \in A$.

Aufgabe 9

(a) Bestimmen Sie alle möglichen Punkte P des $\mathbb{R}^2$, sodass P, $(-1,-1)$, $(2,0)$ und $(3,2)$ die vier Eckpunkte eines Parallelogramms sind.

(b) Bestimmen Sie alle möglichen Paare von Punkten Q, R des $\mathbb{R}^2$, sodass Q, R, $(2,3)$ und $(-2,1)$ die vier Eckpunkte eines Quadrats sind.

Aufgabe 10
Seien A, B, C und D die Eckpunkte eines Rechtecks (wie üblich im Gegenuhrzeigersinn) mit Fläche 1. Weiters sei M der Mittelpunkt der Strecke AB und S der Schnittpunkt der Strecken AC und DM. Bestimmen Sie die Fläche des Dreiecks mit den Eckpunkten S, M und C. *Hinweis: Strahlensatz*