Aufgabe 26. Sei $h : G_1 \to G_2$ ein Gruppenhomomorphismus und $H_2 \subseteq G_2$ eine Untergruppe. Zeige, daß $h^{-1}(H_2)$ eine Untergruppe von G_1 ist.

Aufgabe 27. Sei $h : G_1 \to G_2$ ein Gruppenhomomorphismus. Zeige, dass h injektiv ist genau dann, wenn $h^{-1}(\{e_2\}) = \{e_1\}$, wobei e_1 und e_2 die neutralen Elemente von G_1 und G_2 bezeichnen.

Aufgabe 28. Zeige, daß $(\mathbb{Z}_4, +) \simeq (\mathbb{Z}_5^*, \cdot)$.

Aufgabe 29. Sei $(G, \circ)$ eine Gruppe und $x \in G$ ein fixes Element. Zeige, daß $(G, \odot)$ mit der Operation

$$a \odot b := a \circ x \circ b$$

eine zu $(G, \circ)$ isomorphe Gruppe ist.

Aufgabe 30. Rechne nach, daß die Abbildung $(\mathfrak{S}_3, \circ) \to (\{\pm 1\}, \cdot)$ mit den Werten

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 2 & 3\end{pmatrix} \mapsto 1 \qquad \begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 3 & 2\end{pmatrix} \mapsto -1 \qquad \begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 1 & 3\end{pmatrix} \mapsto -1$$

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 1\end{pmatrix} \mapsto 1 \qquad \begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & 1 & 2\end{pmatrix} \mapsto 1 \qquad \begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & 2 & 1\end{pmatrix} \mapsto -1$$

ein Gruppenhomomorphismus ist.