

Aufgabe 43. Berechne eine explizite Formel für die Folge a_n , die gegeben ist durch $a_0 = a_1 = 1$, $a_2 = 2$ und

$$a_{n+1} = 3a_n - 3a_{n-1} + a_{n-2} \quad n \geq 2$$

Aufgabe 44. Berechne e^{At} für die Matrix

$$\begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 45. Sei $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$. Zeige, daß

$$\det e^A = e^{\operatorname{Tr} A}$$

Hinweis: Jordansche Normalform

Aufgabe 46. Bestimme alle 7×7 -Matrizen, deren Minimalpolynom gegeben ist durch

$$m_A(x) = (x - 1)^3(x - 2)^2$$

.

Aufgabe 47. Berechne $\exp(At)$ für

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ohne die Eigenwerte zu bestimmen (d.h., unter Verwendung des Minimalpolynoms).

Aufgabe 48. Sei $A \in \mathbb{K}^{n \times n}$ eine invertierbare Matrix. Zeige, daß es ein Polynom $p(x) \in \mathbb{K}[x]$ gibt, sodaß $A^{-1} = p(A)$.