

**Aufgabe 55.** Berechne eine unitäre Matrix  $U$ , die die Matrix

$$\begin{pmatrix} -1 & -4i & 2i \\ 4i & -1 & 2 \\ -2i & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

diagonalisiert sowie die zugehörigen Projektionen aus Aufgabe 52.

**Aufgabe 56.** Sei  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  eine selbstadjungierte Matrix. Zeige, daß die Matrix  $e^{iA}$  unitär ist.

**Aufgabe 57.** Gegeben sei die Quadrik

$$-2x^2 + 72xy - 23y^2 + 118y - 76x - 102 = 0.$$

Bestimme den Mittelpunkt und eine Drehung, die die Quadrik in Diagonalform überführt, und skizziere die Lage der ursprünglichen Quadrik.

**Aufgabe 58.** Sei  $K$  der Drehkegel im  $\mathbb{R}^3$ , der durch Rotation der Geraden  $y = 2x$  um die  $x$ -Achse entsteht. Bestimme den Typ des Kegelschnitts, der durch Schnitt dieses Kegels mit der Ebene  $x + y + z = 3$  entsteht.

*Hinweis:* Ebene mit einer Orthogonalbasis parametrisieren.

**Aufgabe 59.** Sei  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  positiv semidefinit. Zeige, daß es eine eindeutige positiv semidefinite Matrix  $B$  gibt, sodaß  $B^2 = A$ .