

Aufgabe 55. Berechne eine unitäre Matrix U , die die die Matrix

$$\begin{pmatrix} -1 & -4i & 2i \\ 4i & -1 & 2 \\ -2i & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

diagonalisiert sowie die zugehörigen Projektionen aus Aufgabe 52.

Aufgabe 56. Sei $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ eine selbstadjungierte Matrix. Zeige, daß die Matrix e^{iA} unitär ist.

Aufgabe 57. Gegeben sei die Quadrik

$$-2x^2 + 72xy - 23y^2 + 118y - 76x - 102 = 0.$$

Bestimme den Mittelpunkt und eine Drehung, die die Quadrik in Diagonalform überführt, und skizziere die Lage der ursprünglichen Quadrik.

Aufgabe 58. Sei K der Drehkegel im \mathbb{R}^3 , der durch Rotation der Geraden $y = 2x$ um die x -Achse entsteht. Bestimme den Typ des Kegelschnitts, der durch Schnitt dieses Kegels mit der Ebene $x + y + z = 3$ entsteht.

Hinweis: Ebene mit einer Orthogonalbasis parametrisieren.

Aufgabe 59. Sei $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ positiv semidefinit. Zeige, daß es eine eindeutige positiv semidefinite Matrix B gibt, sodaß $B^2 = A$.